Universidad Nacional de San Juan

Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes

Departamento de Física y Química

Curso de Nivelación

Módulo Matemática

Carreras:

- Profesorado en Física
- Profesorado en Química
- Profesorado en Tecnología

Profesor: Lic. Jonathan Sarmiento

Profesora ayudante: Valeria vargas

2018

Contenidos

1 **Capítulo I. Números Reales.**

1.1 Conjuntos numéricos.

1.1.1 Números naturales.

1.1.2 Números enteros.

1.1.3 Números racionales.

1.1.4 Números irracionales.

1.1.5 Números reales.

1.1.6 Intervalos de números reales.

1.2 Operaciones con números reales y propiedades.

1.2.1 Suma.

1.2.2 Producto.

1.2.3 Cociente.

1.2.4 Potenciación.

1.2.5 Radicación.

1.3 Radicales

1.3.1 Extracción de factores fuera del signo radical.

1.3.2 Operaciones con radicales.

1.3.3 Racionalización de denominadores.

1.4 Ejercitación.

2 **Capítulo II. Razones trigonométricas.**

2.1 Sistemas de medición.

2.1.1 El sistema radial.

2.1.2 El sistema sexagesimal.

2.2 Resolución de triángulos rectángulos.

2.2.1 Teorema de Pitágoras.

2.2.2 Suma de ángulos internos de un triángulo rectángulo.

2.2.3 Razones trigonométricas.

2.3 Problemas de aplicación.

2.4 Ejercitación.

3 **Capítulo III. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.**

3.1 Ecuaciones lineales con una incógnita.

3.2 Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

3.2.1 Tipos de solución.

3.3 Métodos de resolución.

3.3.1 Método de reducción.

3.3.2 Método de sustitución.

3.3.3 Método de Igualación.

3.4 Ecuación de segundo grado.

3.4.1 Soluciones de una ecuación de segundo grado completa.

3.4.2 Soluciones de una ecuación de segundo grado incompleta.

3.4.3 Soluciones de una ecuación de segundo grado factorizada.

3.4.4 Resolución de ecuaciones de grado 4 con exponentes pares.

3.5 Ejercitación.

4 **Capítulo IV. Funciones.**

4.1 Introducción.

4.2 Funciones.

4.3 Dominio, codominio e imagen.

4.4 Gráficos de funciones.

4.5 Función lineal.

4.5.1 Ecuación explícita de la recta.

4.5.2 Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

4.5.3 Ecuación de la recta conocidos la pendiente y un punto perteneciente a ella.

4.5.4 Función constante.

4.5.5 Condiciones de paralelismo y perpendicularidad.

4.6 Función cuadrática.

4.7 Ejercitación.

5 **Bibliografía**

1. Números reales

En este capítulo nos proponemos dar una construcción intuitiva de conjuntos numéricos ya conocidos y manejar con fluidez las operaciones con números reales y sus propiedades más utilizadas.

1.1. Conjuntos numéricos

1.1.1. Números naturales

La noción de número es utilizada para resolver situaciones de la vida diaria, la utilización de los números naturales es tan antigua como el hombre mismo. Usamos números para contar elementos, para establecer un orden entre ciertas cosas, para establecer medidas, etc.
El conjunto de los **números naturales** está formado por aquellos que se utilizan para contar. Se lo designa con la letra $\mathbb{N}$ y se representan por:
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$

Propiedades:

- El conjunto de los números naturales posee un primer elemento 1.
- Entre dos naturales hay un número finito de naturales, esto es, el conjunto de los números naturales es un conjunto discreto.
- Todo subconjunto no vacío del conjunto de los números naturales tiene un elemento mínimo.
- El conjunto de los naturales es un conjunto totalmente ordenado, es decir que, dados dos elementos cualesquiera pueden ser siempre comparados entre sí.
- Todo número natural n posee su sucesor $n + 1$.
- Todo número natural n se puede expresar como producto de números naturales, llamados factores de n.
- La suma y el producto de números naturales es un número natural.

Los números naturales son el instrumento adecuado para contar, sin embargo no bastan para resolver otros problemas tales como expresar con números la altura y la profundidad, la temperatura por encima o por debajo del punto de congelación del agua, etc. Así también no podemos resolver operaciones del tipo $3 - 3 =?$ o $5 - 8 =?$.
Por ello se necesita ampliar este conjunto de números.

1.1.2. Números enteros

El conjunto de los **números enteros**, se lo designa con la letra $\mathbb{Z}$ y es una ampliación del conjunto $\mathbb{N}$. Está formado por los números naturales, sus correspondientes opuestos y el cero. Se representan por:
$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
En forma conjuntista $\mathbb{Z} = \mathbb{N}^{-} \cup \{0\} \cup \mathbb{N}$

Propiedades:

- $\mathbb{Z}$ es un conjunto discreto.
- $\mathbb{Z}$ no tiene primer ni último elemento, cada número tiene un antecesor y un sucesor.
- $\mathbb{Z}$ es un conjunto totalmente ordenado.
- Todo número entero a tiene su opuesto $-a$, tal que $a + (-a) = 0$.
  Dos números opuestos son aquellos que se encuentran a la misma distancia (en unidades) del cero. Uno positivo y uno negativo.
- La suma, resta y multiplicación de números enteros, siempre es un número entero.

Nos preguntamos ahora: ¿Cuál será el resultado de $7 : 2$?, esto es, ¿existe algún número entero tal que al multiplicarlo por 2 dé como resultado 7?
La respuesta es NO, esto es, nos es imposible encontrar un número entero que cumpla con esta condición. Para resolver éste problema hay que introducir un nuevo conjunto numérico, el conjunto de los números racionales.

1.1.3. Números racionales

Cuando el dividendo no es múltiplo del divisor, aparece la necesidad de crear los números fraccionarios. Estos números estan formados por el cociente entre dos números enteros.
Este nuevo conjunto numérico se denomina, el conjunto de los **números racionales**, se lo designa con la letra $\mathbb{Q}$.
Dicho conjunto está definido por:
$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$, Donde a es el numerador y b el denominador.

Propiedades

- $\mathbb{Q}$ es un conjunto denso, esto es, entre dos números racionales existen infinitos racionales. Como consecuencia de esto, no puede hablarse de números racionales consecutivos.
- $\mathbb{Q}$ no tiene primero ni último elemento.
- $\mathbb{Q}$ es un conjunto totalmente ordenado.

Los números racionales se pueden expresar de dos formas: mediante una fracción o por medio de un número decimal de cifras decimales finitas o periódicas (cifras decimales que se repiten). La expresión decimal es la que se obtiene al dividir el numerador por el denominador.
Veamos algunos ejemplos:

- $-\dfrac{15}{3} = -5$
- $\dfrac{1}{8} = 0,125$ (expresión decimal exacta)
- $\dfrac{3}{24} = 0,125$ (expresión decimal exacta)
- $\dfrac{1}{3} = 0,\overset{\frown}{3}$ (epresión decimal periódica pura)
- $\dfrac{223}{90} = 2,4\,\overset{\frown}{7}$ (expresión decimal periódica mixta)

Un número racional puede ser representado por más de una fracción. En el ejemplo anterior se observa que el número $0,125$ está representado por las fracciones $\dfrac{1}{8}$ y $\dfrac{3}{24}$ éstas reciben el nombre de fracciones equivalentes entre sí.

De acuerdo a lo anterior tenemos dos tipos de expresiones decimales, las exactas y las periódicas.

$$\text{Expresiones decimales}\begin{cases}\text{exactas}\\[2em]\text{periódicas} & \begin{cases}\text{puras}\\[1em]\text{mixtas}\end{cases}\end{cases}$$

Recíprocamente, dada una expresión decimal exacta o periódica, puede encontrarse una fracción, como se describe a continuación.

• Si la expresión es exacta, se coloca como numerador el número entero que resulta de suprimir el punto decimal y como denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras se encontraran a la derecha del punto decimal en la expresión decimal original.
Ejemplo:

- $0,7 = \dfrac{7}{10}$
- $0,205 = \dfrac{205}{1000}$
- $3,12 = \dfrac{312}{100}$

• Si la expresión es periódica, se coloca como numerador el resultado de restar al número entero formado por parte entera, seguida del anteperíodo y de la primera repetición del período, el entero formado por la parte entera con el anteperíodo. Como denominador tantos nueves como cifras tenga el período seguidos de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

$$\frac{\text{(todas las cifras de la expresión)-(las cifras no períodicas de la expresión)}}{\text{tantos 9 como cifras dec. períodicas y tantos 0 como cifras dec. no períodicas}}$$

Ejemplo:

- $8,\overset{\frown}{37}= \dfrac{837-8}{99}$
- $2,3\ \overset{\frown}{4}= \dfrac{234-23}{90}$
- $31,4\ \overset{\frown}{72}= \dfrac{31472-314}{990}$

1.1.4. Números irracionales

Si pudiéramos representar sobre la recta numérica todos los puntos correspondientes a los números racionales advertiríamos que quedarían aún infinitos puntos sin marcar. Es decir, una vez elegido un segmento unidad, existen puntos de la recta que no se corresponden con ningún número racional. Dos problemas sencillos: determinar la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado igual a uno, y determinar la longitud de una circunferencia de radio uno, revelaron la existencia de magnitudes que no tenían lugar dentro del conjunto de números racionales.

Como sabemos aplicando el Teorema de Pitágoras, la diagonal de un cuadrado de lado 1 es un número x tal que

$$x^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Sin embargo no existe ningún número racional que cumpla la propiedad que elevado al cuadrado sea igual a 2. Esto significa que si tomamos al lado del cuadrado como unidad de medida, no es posible fraccionarlo de tal manera que estas fracciones de unidad entren un número entero de veces en la diagonal. Sin embargo, es la medida de un segmento y por lo tanto puede pensarse como un número. Este número se llama raíz cuadrada de 2 y se lo denota $\sqrt{2}$.

Aquellos números que no es posible expresarlos como una razón entre enteros (no admiten una representación racional) se los llama **números irracionales**. Al conjunto de los números irracionales se los designa con la letra $\mathbb{I}$.

Los números irracionales tienen en su expresión decimal infinitas cifras decimales no periódicas.

Son ejemplos de números irracionales:

- Un número cuya parte decimal está formada por infinitos ceros y unos, en el cual el primer 0 está seguido de un 1, el segundo de dos unos, el tercero de tres unos, y así sucesivamente:
  235, 1011011101111011111011111101111111011...
  representa un número irracional porque no puede identificarse un período en la parte decimal del mismo.

- Las raíces de índice par de números naturales que no dan como resultado un número natural.
  $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt{6}$.

- Las raíces de índice impar de números enteros que no dan como resultado un número entero.
  $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{-5}$, $\sqrt[7]{13}$.

- El número π, utilizado para calcular la longitud de la circunferencia
  $\pi \approx 3,14159265358979323846...$

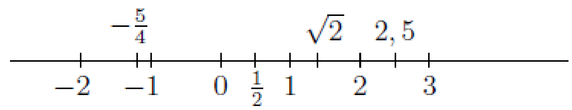
- El número e, base de los logaritmos naturales
  $e \approx 2,71828182845904523536028747135266249775724709369995...$

1.1.5. Números reales

Al conjunto formado por los números racionales y los irracionales se lo llama conjunto de los **números reales** y se lo simboliza con $\mathbb{R}$.
Es decir, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

$$\mathbb{R}\begin{cases} \mathbb{I} : irracionales \\ \\ \mathbb{Q} : racionales \begin{cases} \mathbb{Z} : enteros \begin{cases} \mathbb{N} : naturales \\ 0 : cero \\ \mathbb{N}^{-} : negativos \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

El conjunto de los números reales se representa sobre una recta llamada recta numérica o recta real.
Cada punto de la recta numérica representa a un único número real y recíprocamente a cada número real le corresponde un único punto de la recta.
Se fija un origen que representa al número cero, se considera un segmento unidad, a la derecha del cero se representan los reales positivos y a la izquierda los reales negativos.



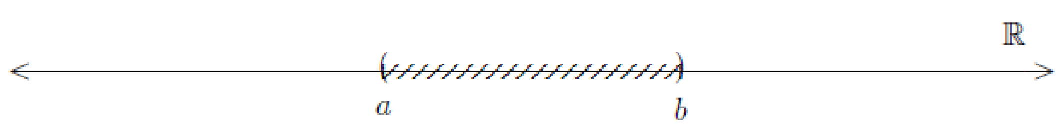
Para comparar dos números reales a y b. Si $b-a$ es positivo, entonces $a<b$ y el punto asociado a b esta a la derecha del punto asociado a a. Si $b-a$ es negativo, entonces $b<a$ y el punto asociado a b esta a la izquierda del punto asociado a a.

1.1.6. Intervalos de números reales

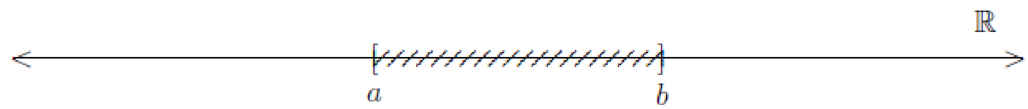
Los subconjuntos más frecuentes en el cálculo o análisis matemático son los intervalos de la recta real.
Veamos las definiciones de los distintos tipos de intervalos utilizando la notación conjuntista y, además, su representación gráfica.
Dados $a, b \in I\!R$ definimos:

(I) **Intervalos acotados**

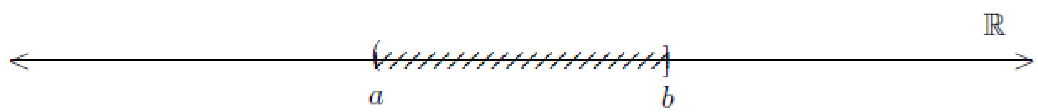
- $(a,b)=\{x \in I\!R : a<x<b\}$, llamado *intervalo abierto* de extremo inferior a y extremo superior b. El intervalo no incluye a los extremos a y b.
  Geométricamente se represent a en la recta real en la forma:



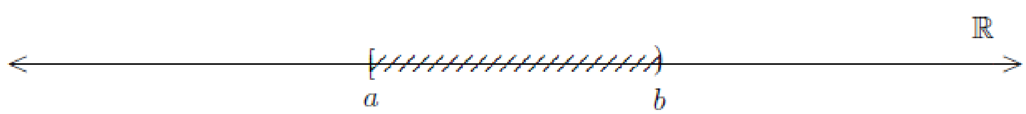
- $[a,b] = \{x \in I\!R : a \leq x \leq b\}$, llamado *intervalo cerrado* de extremo inferior a y de extremo superior b. El intervalo incluye a los extremos a y b.
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



- $(a,b] = \{x \in I\!R : a < x \leq b\}$, llamado *intervalo semiabierto* de extremo abierto a y cerrado en b. El intervalo no incluye el extremo a y si incluye el extremo b.
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



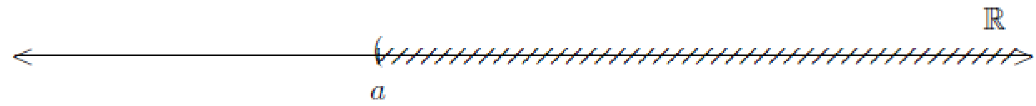
- $[a,b) = \{x \in I\!R : a \leq x < b\}$, llamado *intervalo semicerrado* de extremo cerrado a y abierto en b. El intervalo incluye el extremo a y no incluye el extremo b.
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



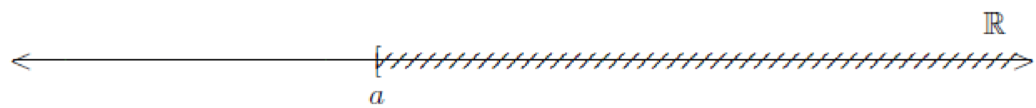
(II) **Intervalos no acotados**

En lo que sigue interpretaremos a los símbolos ∞ y $-\infty$ como *infinito* y *menos infinito*, respectivamente. Es claro que, para cualquier número real a se verifica que: $-\infty < a < \infty$

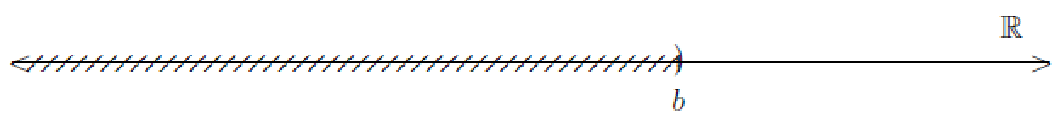
- $(a,\infty) = \{x \in I\!R : a < x\}$, llamado *intervalo infinito abierto de extremo inferior* a.
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



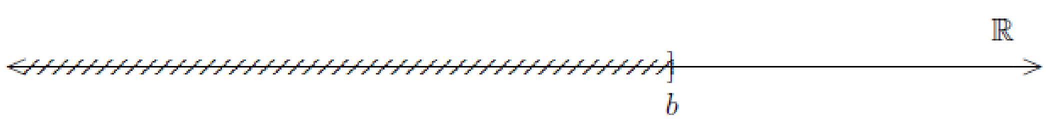
- $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$, llamado *intervalo infinito cerrado de extremo inferior a*.
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



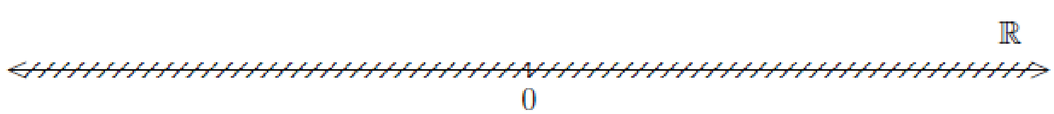
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$, llamado *intervalo infinito abierto de extremo superior b*.
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



- $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$, llamado *intervalo infinito cerrado de extremo superior b*.
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



- $(-\infty, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < \infty\}$, es decir $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$
  Geométricamente se representa en la recta real en la forma:



1.2. Operaciones con números reales

Para trabajar con los conjuntos numéricos recordaremos las operaciones y algunas de sus propiedades básicas.

1.2.1. Suma

• Con igual denominador:

$\boxed{\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{b}=\dfrac{a+c}{b}}$ donde $b \neq 0$.

Ejemplo: $\dfrac{3}{4}-\dfrac{9}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3-9+1}{4}=-\dfrac{5}{4}$

• Con distinto denominador:

$\boxed{\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}=\dfrac{(m:b)\cdot a+(m:d)\cdot c}{m}}$ donde m es el múltiplo común menor.

Ejemplo: $\dfrac{1}{4}-\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{6}+2=$

Se calcula el mcm(4,3,6)=12

$$\frac{1}{4}-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+2=\frac{1}{4}-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{2}{1}=\frac{1\cdot\mathbf{3}-2\cdot\mathbf{4}+5\cdot\mathbf{2}+2\cdot\mathbf{12}}{12}=\frac{29}{12}$$

Propiedades de la suma:

- Conmutativa: $a+b=b+a$
- Asociativa: $(a+b)+c=a+(b+c)$
- Elemento neutro: existe 0 (cero) tal que $a+0=a$
- Opuesto aditivo: para cada número real a existe su opuesto aditivo $(-a)$ tal que $a+(-a)=0$
- Cancelativa: Si $a+c=b+c$ entonces $a=b$

1.2.2. Producto

$\boxed{\dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \cdot c}{b \cdot d}}$ donde $b \neq 0$ y $d \neq 0$

Siempre hay que tener en cuenta la regla de los signos para la multiplicación de números reales:

$$\begin{cases} (+) \cdot (+) & = & (+) \\ (-) \cdot (-) & = & (+) \end{cases} \qquad \begin{cases} (+) \cdot (-) & = & (-) \\ (-) \cdot (+) & = & (-) \end{cases}$$

Ejemplo: $\dfrac{2}{3} \cdot \left(-\dfrac{4}{7}\right) \cdot 2 = \dfrac{2 \cdot (-4) \cdot 2}{3 \cdot 7} = -\dfrac{16}{21}$

Propiedades del producto

- Conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$
- Asociativa: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- Elemento neutro: existe 1 (uno) tal que $a \cdot 1 = a$
- Inverso multiplicativo: para cada número real $a \neq 0$ existe su inverso multiplicativo $\dfrac{1}{a}$ tal que $a \cdot \dfrac{1}{a} = 1$
- Cancelatva: Si $a \cdot c = b \cdot c$ y $c \neq 0$ entonces $a = b$
- Distributivas:
  - $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$
  - $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$
  - $c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b$
  - $c \cdot (a - b) = c \cdot a - c \cdot b$

1.2.3. Cociente

Todo cociente de números fraccionarios puede transformarse en producto.

$\boxed{\dfrac{a}{b} : \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{d}{c} = \dfrac{a \cdot d}{b \cdot c}}$ donde $b \neq 0$, $d \neq 0$ y $c \neq 0$

La regla de los signos del cociente es la misma que para el producto.

Ejemplo: $-\frac{5}{2} : \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{15}{14}$

Propiedades del cociente

- $(a+b) : c = a : c + b : c$
- $(a-b) : c = a : c - b : c$

1.2.4. Potenciación

$\boxed{a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n-veces}}$ donde $a \in I\!R$ y $n \in I\!N$

a recibe el nombre de base, y n de exponente.

Regla de los signos en la potenciación:

- Si la base es positiva (+), entonces la potencia es positiva (+)
- Si la base es negativa (-), entonces $\begin{cases} \text{si el exponente es } \textit{par}\text{, la potencia es positiva (+)} \\ \text{si el exponente es } \textit{impar}\text{, la potencia es negativa (-)} \end{cases}$

Propiedades de la potenciación

- Todo número distinto de cero elevado a la cero da por resultado 1.
  $a^0 = 1 \qquad \text{con } a \neq 0$
- Potencia de exponente negativo.
  $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n} \qquad \text{con } a \neq 0$
- Producto de potencias de igual base.
  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- Cociente de potencias de igual base.
  $a^n : a^m = a^{n-m}$
- Potencia de potencia.
  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

- Distributiva respecto al producto y al cociente.
  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
  $(a : b)^n = a^n : b^n \quad$ con $b \neq 0$

1.2.5. Radicación

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = b \text{ si y solo si } b^n = a}$$

Donde a es el radicando, n el índice y b la raíz n-ésima de a. Al simbolo $\sqrt{.}$ se le llama radical.
Si n es impar entonces el radicando puede ser cualquier valor real.
Si n es par entonces el radicando debe ser $a \geq 0$, en caso contrario el resultado no es un número real.

Regla de los signos en la radicación:

- Si el radicando es positivo y el índice es *par*, entonces la raíz es positiva o negativa.
  Si $a \geq 0$ y n es par, entonces $\sqrt[n]{a} = (\pm)$
- Si el radicando es positivo y el índice es *impar*, entonces la raíz es positiva.
  Si $a \geq 0$ y n es impar, entonces $\sqrt[n]{a} = (+)$
- Si el radicando es negativo y el índice es *par*, entonces no posee solución real.
  Si $a \leq 0$ y n es par, entonces $\sqrt[n]{a}$ no es un número real
- Si el radicando es negativo y el índice es *impar*, entonces la raíz es negativa
  Si $a \leq 0$ y n es impar, entonces $\sqrt[n]{a} = (-)$

Observación:
Para conservar la unicidad en los resultados de ejercicios combinados, convendremos en considerar que la radicación de índice par de un radicando real positivo da como resultado el valor absoluto de su raíz.
Si $a \geq 0$ y n es par, entonces $\sqrt[n]{a} = \mid b \mid$, ejemplo: $\sqrt[4]{16} = \mid \pm 2 \mid = 2$

Propiedades de la radicación

- Toda raíz puede expresarse como potencia de exponente fraccionario.
  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
  en particular $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

- Raíz de una potencia es la potencia de la raíz.
  $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

- Si n es par, entonces $\sqrt[n]{a^n} = \mid a \mid$
  Si n es impar, entonces $\sqrt[n]{a^n} = a$

- Distributiva respecto al producto y al cociente.
  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
  $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$ con $b \neq 0$

- Raíz de una raíz.
  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

1.3. Radicales

1.3.1. Extracción de factores fuera del signo radical

Se pueden extraer factores fuera del signo radical cuando el exponente de dichos factores sea mayor o igual que el índice .

- Ejemplo 1:
  Consideremos $\sqrt{8}$
  Podemos expresar 8 como potencia, $8 = 2^3$.
  $\sqrt{8} = \sqrt{2^3}$
  Podemos descomponer el radicando como un producto de potencias de igual base, de modo que el exponente de una de ellas sea múltiplo del índice, y el otro de exponente menor que el índice.
  $\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 2}$
  $\sqrt{8} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2}$ (Distribuyendo)
  $\boxed{\sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}}$ (Simplificando)
  Hemos extraído el factor 2 y el radical ha quedado simplificado.

- Ejemplo 2:

  Consideremos el radical $\sqrt[3]{a^{14}}$

  Podemos descomponer el radicando como un producto de potencias de igual base, de modo que uno de los exponentes sea múltiplo de 3 y el otro exponente menor que 3.

  $\sqrt[3]{a^{14}} = \sqrt[3]{a^{12} \cdot a^2}$

  $\sqrt[3]{a^{14}} = \sqrt[3]{a^{12}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ (Distribuyendo)

  $\sqrt[3]{a^{14}} = a^{\frac{12}{3}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ (Transformando en potencia de exponente racional)

  $\boxed{\sqrt[3]{a^{14}} = a^4 \cdot \sqrt[3]{a^2}}$ (Simplificando)

- Ejemplo 3:

  Consideremos $\sqrt[3]{324}$

  Descomponemos el radical en factores primos

  $$\begin{array}{l|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

  $324 = 2^2 \cdot 3^4$

  $\sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 3^4}$

  Se procede como en el caso anterior.

  $\sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{3^4}$

  $\sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{3^3 \cdot 3}$

  $\sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3}$

  $\sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{2^2} \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3}$

  $\sqrt[3]{324} = 3 \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{3}$

  $\sqrt[3]{324} = 3 \cdot \sqrt[3]{2^2 \cdot 3}$

  $\boxed{\sqrt[3]{324} = 3 \cdot \sqrt[3]{12}}$

1.3.2. Operaciones con radicales

Para facilitar las operaciones que se definen a continuación consideramos solamente los radicales de radicando positivo.

Los radicales que tienen el mismo índice y el mismo radicando se llaman **radicales semejantes**.

Ejemplos de radicales semejantes son los siguientes:

(a) $3\sqrt{2}$ y $-5\sqrt{2}$; donde 3 y -5 son los coeficientes.

(b) $-\frac{3}{2}a\sqrt[3]{b^2}$ y $-4\sqrt[3]{b^2}$; donde $-\frac{3}{2}a$ y -4 son los coeficientes.

Los radicales semejantes difieren únicamente por sus coeficientes.

Adición y sustracción de radicales

La suma o diferencia de dos radicales semejantes es otro radical semejante a los dados, cuyo coeficiente es la suma o diferencia de los coeficientes de los radicales dados.

• Ejemplo 1:

$$3\sqrt{2} + \frac{5}{4}\sqrt{2} = \left(3 + \frac{5}{4}\right)\sqrt{2} = \boxed{\frac{17}{4}\sqrt{2}}$$

Si los radicales no son semejantes la suma o resta se resuelve teniendo en cuenta los siguientes pasos:

- Factorizar los radicandos.
- Extraer factores fuera del radical.
- Identificar términos semejantes.
- Operar

• Ejemplo 2:

$$\begin{aligned} 2\sqrt[3]{81} - 4\sqrt[3]{24} &= 2\sqrt[3]{3^4} - 4\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} \\ &= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3} - 4 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{3} \\ &= (6 - 8)\sqrt[3]{3} \\ &= \boxed{-2\sqrt[3]{3}} \end{aligned}$$

• Ejemplo 3:

$$\begin{aligned}
\sqrt{2}+2\sqrt[4]{36}-\sqrt{8}+\sqrt{54} &= \sqrt{2}+2\sqrt[4]{6^2}-\sqrt{2^3}+\sqrt{3^3\cdot 2}\\
&= \sqrt{2}+2\cdot 6^{\frac{2}{4}}-\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{3\cdot 2}\\
&= \sqrt{2}+2\cdot 6^{\frac{1}{2}}-2\sqrt{2}+3\sqrt{6}\\
&= \sqrt{2}+2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+3\sqrt{6}\\
&= (1-2)\sqrt{2}+(2+3)\sqrt{6}\\
&= \boxed{-\sqrt{2}+5\sqrt{6}}
\end{aligned}$$

Multiplicación y división de radicales

Para multiplicar y dividir radicales del mismo índice aplicamos la propiedad distributiva:

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

• Ejemplo 1:

$$\begin{aligned}
\sqrt[12]{a^9}\cdot\sqrt[12]{a^{10}} &= \sqrt[12]{a^9\cdot a^{10}}\\
&= \sqrt[12]{a^{19}}\\
&= \sqrt[12]{a^{12}\cdot a^7}\\
&= a\sqrt[12]{a^7}
\end{aligned}$$

• Ejemplo 2:

$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{125}\cdot\left(-3\sqrt[3]{5}\right)\cdot\sqrt[3]{2} &= 1\cdot(-3)\cdot 1\sqrt[3]{125\cdot 5\cdot 2}\\
&= -3\sqrt[3]{1250}\\
&= -3\sqrt[3]{5^4\cdot 2}\\
&= -3\sqrt[3]{5^3\cdot 5\cdot 2}\\
&= -3\sqrt[3]{5^3}\cdot\sqrt[3]{10}\\
&= -3\cdot 5\sqrt[3]{10}\\
&= -15\sqrt[3]{10}
\end{aligned}$$

• Ejemplo 3:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{28}\sqrt[4]{324} : \frac{1}{7}\sqrt[4]{4} &= \frac{1}{28} : \frac{1}{7}\sqrt[4]{324 : 4} \\
&= \frac{7}{28}\sqrt[4]{81} \\
&= \frac{1}{4}\cdot 3 \\
&= \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

• Ejemplo 4:

$$\begin{aligned}
a\sqrt[3]{a^5\cdot b^2} : \sqrt[3]{a^2\cdot b} &= a\sqrt[3]{a^5\cdot b^2 : a^2\cdot b} \\
&= a\sqrt[3]{a^3\cdot b} \\
&= a\cdot a\sqrt[3]{b} \\
&= a^2\sqrt[3]{b}
\end{aligned}$$

1.3.3. Racionalización de denominadores

La racionalización de denominadores es un procedimiento en el que se transforma una fracción que tiene en el denominador un número irracional en otra equivalente cuyo denominador sea un número racional.
Se considerarán los siguientes casos:

(a) **El denominador es un radical único irreducible de índice 2.**
En general este caso corresponde a fracciones del tipo $\frac{a}{\sqrt{b}}$ y se resuelve multiplicando numerador y denominador por $\sqrt{b}$.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}} = \frac{a\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b\cdot b}} = \frac{a\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\cdot\sqrt{b}}{b}$$

Ejemplo: $\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}} = \frac{2\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7\cdot 7}} = \frac{2\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7^2}} = \frac{2\cdot\sqrt{7}}{7}$

(b) **El denominador es un radical único irreducible de índice distinto de 2.**
En general este caso corresponde a fracciones del tipo $\frac{a}{\sqrt[n]{b^p}}$ y se resuelven multiplicando numerador y denominador por $\sqrt[n]{b^{n-p}}$.

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^p}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^{n-p}}}{\sqrt[n]{b^p} \cdot \sqrt[n]{b^{n-p}}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^{n-p}}}{\sqrt[n]{b^p \cdot b^{n-p}}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^{n-p}}}{\sqrt[n]{b^n}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^{n-p}}}{b}$$

Ejemplo: $\dfrac{6}{\sqrt[7]{2^4}}$, en este caso $n - p = 7 - 4 = 3$, luego

$$\frac{6}{\sqrt[7]{2^4}} = \frac{6 \cdot \sqrt[7]{2^3}}{\sqrt[7]{2^4} \cdot \sqrt[7]{2^3}} = \frac{6 \cdot \sqrt[7]{2^3}}{\sqrt[7]{2^4 \cdot 2^3}} = \frac{6 \cdot \sqrt[7]{2^3}}{\sqrt[7]{2^7}} = \frac{6 \cdot \sqrt[7]{2^3}}{2} = 3\sqrt[7]{2^3}$$

(c) **El denominador es un binomio de la forma $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$; $a \pm \sqrt{b}$; $\sqrt{a} \pm b$**

Para comprender el procedimiento a usar en este caso, nos apoyamos en la siguiente propiedad:

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$, con $a, b \in I\!R$

El procedimiento consiste en multiplicar numerador y denominador por el conjugado del denominador.

Ejemplo 1:

$$\frac{2}{3 - \sqrt{5}} = \frac{2 \cdot (3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5}) \cdot (3 + \sqrt{5})} = \frac{2 \cdot (3 + \sqrt{5})}{3^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2 \cdot (3 + \sqrt{5})}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

Ejemplo 2:

$$\frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2})} = \frac{3 \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3 \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2})}{3} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

1.4. Ejercitación

Ejercicio 1 *Resolver las siguientes operaciones combinadas.*

a) $[5 - 15 \cdot (-2)] : (-4 - 3) =$ Rta: -5

b) $16 : (-8) - \{-[2 - 3 \cdot (-1)] + 5\} - (-2) =$ Rta: 0

c) $[3 \cdot (-5) + 36] : [(3 - 38) : (-5)] =$ Rta: 3

d) $(2 - \sqrt{3^2 + 4^2})^3 =$ Rta: -27

e) $\{[\sqrt{4^3} - (3 - 4)^2]^2 - (-3)^2\} : 10 - \sqrt{9} =$ Rta: 1

f) $\sqrt{(3^2 - 2^2) : [(3 + 2)^2 + \sqrt{(5^2 - 1^2) : 6} + 11 \cdot (-2)]}$ Rta: 1

Ejercicio 2 *Resolver e indicar a que conjuntos numéricos pertenece el resultado.*

a) $2 - \left(-3 + \dfrac{4}{3}\right) =$ Rta: $\frac{11}{3}$

b) $\left(\dfrac{3}{2} - 2\right) : \dfrac{1}{6} =$ Rta: -3

c) $\left\{-\dfrac{1}{2} + \left[2 - \left(\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{6}\right)\right]\right\} - 1$ Rta: $-\frac{13}{12}$

d) $\dfrac{\dfrac{2}{7} + \dfrac{1}{13} \cdot \left(-\dfrac{1}{5} + \dfrac{3}{2}\right)}{(-2) \cdot \dfrac{1}{5} + \dfrac{3}{5}} =$ Rta: $\frac{27}{14}$

e) $\dfrac{-3}{\dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{2} \cdot \left(-\dfrac{2}{3}\right)} - \dfrac{\dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{2}{3} \cdot \left(-3 + \dfrac{1}{2}\right)}{\dfrac{1}{12}} =$ Rta: $\frac{13}{5}$

f) $\left(\dfrac{2}{3} + 1\right) \cdot \dfrac{12}{5} + \dfrac{8}{27} \cdot \left(-\dfrac{1}{4} + 7\right)$ Rta: 6

Ejercicio 3 *Pasar las expresiones decimales a fracción y resolver.*

a) $\dfrac{(0,3-0,11)\cdot(0,14+0,06)}{-1+0,62}=$ Rta: $-\frac{1}{10}$

b) $\sqrt{\left[\left(\dfrac{0,34}{2}\right)^{-1}-\dfrac{1,15}{0,34}\right]\cdot 0,9}=$ Rta: $\frac{3}{2}$

c) $\dfrac{0,5-0,\widehat{3}}{0,\widehat{5}}=$ Rta: $\frac{3}{10}$

d) $\left[\dfrac{(0,5+0,\widehat{3})\cdot 1,4\widehat{6}}{2,\widehat{4}}\right]^{-1}=$ Rta: 2

e) $[(0,3\widehat{7}-0,1)-(3,1+2,\widehat{1})]:\dfrac{1}{3}=$ Rta: $-\frac{74}{5}$

Ejercicio 4 *Resolver aplicando propiedades.*

a) $\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{10}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-8}\right]^{2}=$ Rta: $\frac{16}{81}$

b) $\left[\left(\dfrac{4}{3}\right)^{2}\cdot\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-3}\right]^{2}:\left(\dfrac{4}{3}\right)^{8}=$ Rta: $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$

c) $\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{4}{9}}=$ Rta: $\frac{2}{3}$

d) $8^{-\frac{2}{3}}=$ Rta: $\frac{1}{4}$

e) $32^{0,4}=$ Rta: 4

f) $\sqrt{\sqrt[3]{\dfrac{1}{729}}}=$ Rta: $\frac{1}{3}$

g) $(8^2)^{-\frac{2}{3}}\cdot(4^3)^{\frac{1}{2}}=$ Rta: $\frac{1}{2}$

Ejercicio 5 *Indicar si las siguientes igualdades son correctas.*

a) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$

b) $(2+5)^2 = 2^2 + 5^2$

c) $\sqrt{(-4)^2} = -4$

d) $\sqrt[5]{(-8)^5} = -8$

e) $2^3 \cdot 3^2 = 6^5$

f) $\dfrac{8}{6} \cdot \left(-\dfrac{2}{3}\right) = -\dfrac{8}{9}$

g) $\pi^0 = 1$

h) $\sqrt{\pi} + \sqrt{\pi} = 2\sqrt{\pi}$

Ejercicio 6 *Resolver e indicar a que conjuntos numéricos pertenece el resultado.*

a) $\left(2 - \dfrac{175}{100}\right)^{-\frac{1}{2}} + (20,25)^{\frac{1}{2}} - \left(\dfrac{8}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} =$ Rta: 4

b) $\left[\dfrac{\left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{17}{12}\right)^{-2} : (0,02)^0}{0,\widehat{6} \cdot \left(-\dfrac{9}{2}\right) : (-0,1)^{-1}}\right]^{-2} \cdot \left(-\dfrac{14400}{2401}\right) =$ Rta: -1

c) $\dfrac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{16}} + \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2} =$ Rta: $\frac{1}{2}$

d) $\left(\dfrac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} \cdot \dfrac{64}{125}\right)^{-1} - 2,125 =$ Rta 1

e) $\sqrt{\left(\dfrac{2}{3} + 1\right)^{-3} \cdot 2,\widehat{7} + \dfrac{7}{5}} =$ Rta: $\sqrt{2}$

Ejercicio 7 *Indicar si las siguientes afirmaciones son correctas o no, realizando los cálculos correspondientes.*

a) $(\sqrt{2}-3)^2+(\sqrt{2}+3)^2$ es un número irracional.

b) $(\sqrt{5}+3)^2+(\sqrt{5}-3)^2$ es un número entero.

c) $2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ es un número racional.

d) $(2^4)^2=(0,5)^{-8}$

Ejercicio 8 *Resolver.*

a) $$\left[\frac{\left(1+\frac{1}{4}\right)^{-1}+0,7:2,\overset{\frown}{3}-0,25:0,\overset{\frown}{6}}{\sqrt{0,\overset{\frown}{7}}\cdot\sqrt{\frac{4}{7}}-\left(1-0,\overset{\frown}{3}\right)^{-2}+1,5}\right]=$$ Rta: $-\frac{87}{10}$

b) $$\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}+3^2+(0,5)^{-1}}-0,1\overset{\frown}{6}=$$ Rta: $-\frac{7}{6}$

c) $$\frac{\left(0,\overset{\frown}{4}+\frac{7}{5}\right):0,\overset{\frown}{2}-5\cdot\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2}}{0,0\overset{\frown}{8}\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\sqrt[3]{8}+\sqrt{\frac{25}{64}}\right]-0,2\overset{\frown}{6}}=$$ Rta: $\frac{59}{4}$

d) $$\frac{(4^{-2})^{\frac{1}{2}}+(2^{-4})^{\frac{1}{4}}}{0,3\overset{\frown}{2}\cdot\frac{45}{29}-\frac{1}{3}}-\sqrt[3]{\frac{-3-4-20}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}}}=$$ Rta: 6

e) $$\frac{(0,125)^{-\frac{1}{3}}+(0,\overset{\frown}{2})^8\cdot(0,\overset{\frown}{2})^{-6}}{49^{\frac{3}{2}}\cdot\frac{2}{343}+\sqrt{(-4)^2}}=$$ Rta: $\frac{83}{243}$

Ejercicio 9 *Extraer factores fuera del radical.*

a) $\sqrt{27} =$ Rta: $3\sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{432} =$ Rta: $6\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt{ab^5} =$ Rta: $b^2\sqrt{ab}$

d) $\sqrt{8x^4} =$ Rta: $2x^2\sqrt{2}$

e) $\sqrt[5]{15552}$ Rta: $6\sqrt[5]{2}$

f) $\sqrt{20x^6y^{15}}$ Rta: $2x^3y^7\sqrt{5y}$

g) $\sqrt[4]{4x^5}$ Rta: $x\sqrt[4]{4x}$

Ejercicio 10 *Resolver las siguientes sumas de radicales.*

a) $-11\sqrt{3} + \left(3 - \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2}\right)\sqrt{3} - \sqrt{3} =$ Rta: $-\frac{35}{4}\sqrt{3}$

b) $-2\sqrt{700} + \dfrac{3}{2}\sqrt{7} - \dfrac{1}{4}\sqrt{28} =$ Rta: $-19\sqrt{7}$

c) $\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{54}$ Rta: $-\frac{3}{2}\sqrt[3]{2}$

d) $2\sqrt{24} + \sqrt{54} + 2\sqrt{18} - 5\sqrt{6}$ Rta: $2\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$

e) $\dfrac{1}{12}\sqrt{12} - \dfrac{1}{3}\sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{27} + 5\sqrt{0,02} =$ Rta: $\frac{19\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$

Ejercicio 11 *Resolver y simplificar.*

a) $\sqrt[5]{x^2y} \cdot \sqrt[5]{x^4y^4} =$ Rta: $xy\sqrt[5]{x}$

b) $\sqrt[4]{3x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3y} \cdot \sqrt[4]{27x^3y^2} =$ Rta: $3x^2\sqrt[4]{y^3}$

c) $\sqrt{3x} : \sqrt{x} =$ Rta: $\sqrt{3}$, $x \neq 0$

d) $\sqrt[12]{8z^{13}} : \sqrt[12]{8z^9} =$ Rta: $\sqrt[3]{z}$

Ejercicio 12 *Aplicar propiedades y resolver.*

a) $\dfrac{(2^3)^{-2} \cdot (3^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}}{(2^{10})^{\frac{1}{2}} \cdot (3)^{\frac{1}{3}}} =$ Rta: 2^{-11}

b) $\sqrt{2z} \cdot \sqrt[6]{8z} =$ Rta: $2z^{\frac{2}{3}}$

c) $\dfrac{\sqrt{5x} \cdot \sqrt[3]{x5^2}}{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[6]{5^5 x}} =$ Rta: $5^{\frac{1}{3}} x^{-\frac{5}{6}}$

d) $\dfrac{\sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[6]{x^2 y}} =$ Rta: $\sqrt{y}$

Ejercicio 13 *Racionalizar denominadores.*

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} =$ Rta: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt[7]{3^4}} =$ Rta: $\frac{2\sqrt[7]{27}}{3}$

c) $\dfrac{5}{\sqrt[4]{2}} =$ Rta: $\frac{5\sqrt[4]{8}}{2}$

d) $\dfrac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} =$ Rta: $5\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} =$ Rta: $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{2} - 2}{1 - \sqrt{2}} =$ Rta: $\sqrt{2}$

g) $\dfrac{\sqrt{6} + 3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} =$ Rta: $\sqrt{3}$

Ejercicio 14 *Resolver las siguientes operaciones combinadas*

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{4} =$ Rta: 0

b) $\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{\frac{1}{27}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{8}} =$ Rta: $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

c) $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^{-1} =$ Rta: $-1+\sqrt{5}$

d) $\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}} =$ Rta: $\sqrt[4]{2}$

2. Razones trigonométricas.

2.1. Sistemas de medición.

2.1.1. El sistema radial.

Definiremos un sistema de medición de sectores angulares (ángulos), al que llamaremos sistema radial, el cual es poco difundido, pero muy importante.

A cada sector ángular A, como el indicado en la figura 1(a) le asociaremos el número real $m_R(A) = \dfrac{\alpha}{r}$, donde r es el radio de la circunsferencia con centro O y α es la medida del arco de circunsferencia contenido en A, de la manera indicada en figura 1(b).

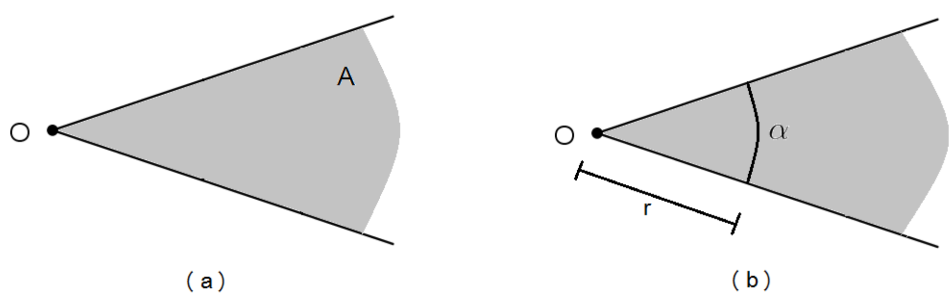


Figura 1: (a) y (b)

Por otra parte, el número $m_R(A)$ no depende de la circunsferencia elegida, pues si consideramos otra de radio s, como la figura 2, se puede demostrar que se verifica $\dfrac{\alpha}{r} = \dfrac{\beta}{s}$. Por lo tanto m_R es una función.(concepto que veremos más tarde)

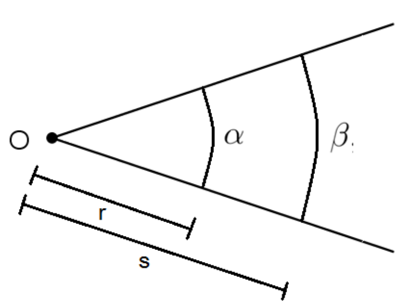


Figura 2:

Para el sector angular total $\mathbf{T}$ (ángulo de un giro), como la longitud de la circunsferencia es $2\pi r$, se tendra que:

$$m_R(\mathbf{T}) = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

Consideraciones análogas nos llevan a decir que para todo sector angular nulo $\mathbf{N}$, tendremos:

$$m_R(\mathbf{N}) = \frac{0}{r} = 0$$

Con el objeto de facilitar los cálculos, en adelante elegiremos circunsferencias con radio de medida 1, esto es $r = 1$.
Entonces.

Definición 1 *Si $\mathcal{A}$ es el conjunto de los sectores angulares del plano, llamaremos sistema radial a la función $m_R : \mathcal{A} \to I\!R$ que satisface:*

$$m_R(A) = \begin{cases} 0 & si \quad A = \mathbf{N} \\ 2\pi & si \quad A = \mathbf{T} \\ \alpha & si \quad A \neq \mathbf{N} \ \ y \ \ A \neq \mathbf{T} \end{cases}$$

donde α es la medida del arco de circunsferencia contenido en A (representado en la figura anterior), y diremos que el número $m_R(A)$ es la medida radial de A.

Nota:
Para calcular la medida radial de cualquier sector angular deberíamos disponer de algún método para medir longitudes de arcos de circunsferencias. Por ahora no lo tenemos y en consecuencia, en este curso manejaremos la noción de longitud de arco de circunsferencia de manera intuitiva. Por otra parte, en el primer curso de Análisis Matemático, se verá la definición precisa de longitud de arco de una curva.

2.1.2. El sistema sexagesimal.

El sistema sexagesimal es muy conocido, pero estamos interesados en destacar que puede ser definido por medio del sistema radial y con el objeto de inducir tal definición haremos las siguientes consideraciones de carácter intuitivo:

(i) Aceptaremos que para cada sector angular A, existe su medida sexagesimal y la representaremos con $m_S(A)$.

(ii) La medida sexagesimal difiere de la radial en una constante, esto es, existe $K > 0$ tal que para todo sector angular A se verifica $m_S(A) = K \cdot m_R$.

(iii) Aceptaremos que la medida sexagesimal de $\mathbf{T}$ es 360, esto es, admitiremos que se verifica $m_S(\mathbf{T}) = 360$.

Si se verifican (ii) y (iii), entonces debe cumplirse:

$$360 = m_S(\mathbf{T}) = K \cdot m_R(\mathbf{T}) = K2\pi$$

y por lo tanto debemos elegir:

$$K = \frac{180}{\pi}$$

Los argumentos anteriores nos conducen a la siguiente definición:

Definición 2 *Llamaremos sistema sexagesimal de medición de sectores angulares a la función* $m_S : \mathcal{A} \to \mathbb{R}$ *tal que a cada sector angular* A *le asigna* $m_S(A) = \dfrac{180}{\pi} \cdot m_R(A)$.

Notaciones:

(i) Para el sistema sexagesimal usaremos las siguientes convenciones:

- Si $m_S(A) = 1$, diremos que A mide un grado y escribiremos $m_S(A) = 1^\circ$.
- Si $m_S(A) = \dfrac{1}{60}$, diremos que A mide un minuto y escribiremos $m_S(A) = 1'$.
- Si $m_S(A) = \dfrac{1}{3600}$, diremos que A mide un segundo y escribiremos $m_S(A) = 1''$.

De lo anterior resultan las siguientes equivalencias:
$1^\circ = 60' = 3600''$ y $1' = 60''$.

(ii) Si $m_S(A) = \alpha$ o $m_R(A) = \beta$, escribiremos, cuando sea necesario, $m_S(A) = \alpha^\circ$ o $m_R(A) = \beta\, rad$ y diremos que A mide α grados o β radianes respectivamente.

(iii) Notaremos $m_S(A) = \alpha^\circ\beta'\gamma''$ en lugar de $m_S(A) = \alpha^\circ + \beta' + \gamma''$.

De lo expuesto resulta claro que los símbolos $^\circ$ y rad son utilizados para recordar que los números reales α y β, generalmente distintos, son las medidas, sexagesimal y radial respectivamente del sector angular A.

Reglas prácticas para cambiar de sistema.

Las conversiones entre los sistemas radial y sexagesimal pueden realizarse según las siguientes reglas prácticas:

(I) Radial a Sexagesimal.

$2\pi\, rad \cdots\cdots\cdots\cdots 360°$

$\alpha\, rad \cdots\cdots\cdots\cdots x = \left(\dfrac{\alpha \cdot 360}{2\pi}\right)^{\circ}$

(II) Sexagesimal a Radial

$360° \cdots\cdots\cdots\cdots 2\pi\, rad$

$\beta° \cdots\cdots\cdots\cdots x = \dfrac{\beta \cdot 2\pi}{360}\, rad$

Tabla de conversión.

La siguiente tabla, es una tabla de conversión para los casos más notables:

grados	30	45	60	90	120	135	150	180
radianes	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π

grados	210	225	240	270	300	315	330	360
radianes	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	2π

2.2. Resolución de triángulos rectángulos.

Con el objeto de simplificar la redacción, para cualquier triángulo, como por ejemplo el de la fig.3., si representamos a un vértice con una letra mayúscula, entonces a la medida del lado opuesto la representaremos con la misma letra pero minúscula. Observemos que el vértice del triángulo tiene el mismo nombre que el sector angular correspondiente (el del mismo vértice) y la medida del sector angular la denotaremos con la letra griega α, β y γ, para A, B y C respectivamente.

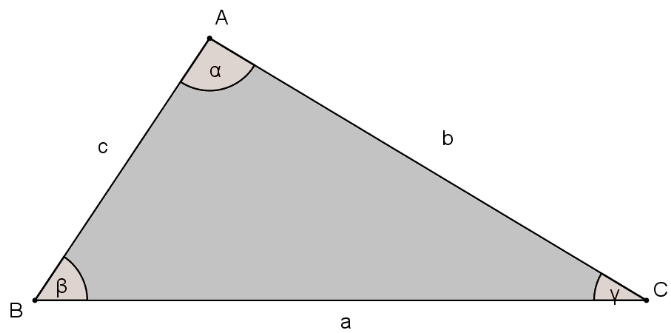


Figura 3:

Resumiendo, si consideramos los tres sectores angulares A, B y C determinados por el triángulo de la fig.3., diremos que:

(i) Para cada uno de los sectores angulares determinados por el triángulo, por ejemplo A, representaremos con α su medida angular (radial o sexagesimal).

(ii) LLamaremos elementos del triángulo a los números α, β, γ y a los números a, b y c.

(iii) Resolver un triángulo significará que tomando como dato algunos elementos debemos hallar cada uno de los restantes, pero si algún elemento incógnita fue calculado, entonces no permitiremos que él sea utilizado para determinar otro elemento.

2.2.1. Teorema de Pitágoras.

En geometría euclidea plana se denomina triángulo rectángulo a cualquier triángulo con un ángulo recto, es decir, un ángulo de medida 90° (medida sexagesimal) o $\frac{\pi}{2}\,rad$ (medida radial).
Se denomina **hipotenusa** al lado mayor del triángulo y se corresponde al lado opuesto al ángulo recto.
Se llaman **catetos** a los lados menores, los que conforman el ángulo recto, cada cateto se opone a un ángulo agudo.

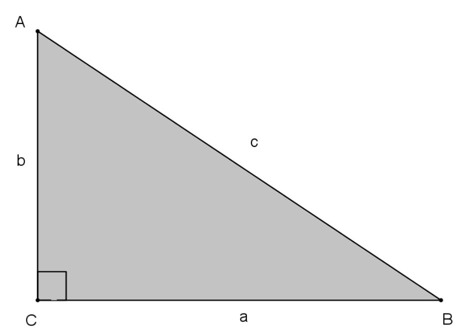


Figura 4:

Consideremos el triángulo de la fig.4., en este caso c es la hipotenusa y a y b los catetos.
El Teorema de Pitágoras establece:
El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

En forma algebraica:

$$\boxed{c^2 = a^2 + a^2}$$

Dicho teorema, establece una relación entre los lados de un triángulo rectángulo la cual nos permite, conocidos dos cualesquiera de sus lados, conocer el lado restante.

Ejemplo:

Supongamos que en el triángulo de la figura anterior tenemos los siguientes datos: $\begin{cases} a = 12cm \\ c = 15cm \end{cases}$

Luego,

$$
\begin{aligned}
(15cm)^2 &= (12cm)^2 + b^2\\
225cm^2 &= 144cm^2 + b^2\\
225cm^2 - 144cm^2 &= b^2\\
81cm^2 &= b^2\\
\sqrt{81cm^2} &= b\\
9cm &= b
\end{aligned}
$$

2.2.2. Suma de ángulos internos de un triángulo rectángulo.

Recordemos que en un triángulo cualquiera se verifica la propiedad siguiente (S.A.I): ***La suma de las medidas de los ángulos internos es igual a la medida de dos ángulos rectos. Esto es 180°*** **(π *rad*) sexagesimales (radiales).**

Considerando el triángulo de la fig. 3. La propiedad S.A.I en forma algebraica:

$$\boxed{\alpha + \beta + \gamma = 180°}$$

En el caso particular de un triángulo rectángulo, como el de la fig. 5.

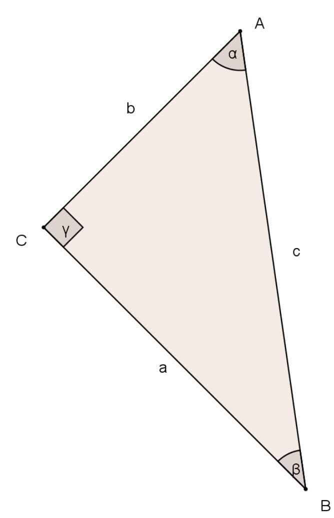


Figura 5:

Por el hecho de conocer uno de sus ángulos (γ ángulo recto), la propiedad toma la siguiente forma reducida:

$$\boxed{\alpha + \beta = 90°}$$

2.2.3. Razones trigonométricas

Dado un triángulo rectángulo, se puede establecer una relación entre uno de sus ángulos (fijo) y sus lados. Dichas relaciones reciben el nombre de razones trigonométricas. Estas son seno (sen), coseno (cos) y tangente (tg).
Consideremos el triángulo de la fig. 6. y fijemos el ángulo (agudo) α, sabemos que el lado opuesto al ángulo recto recibe el nombre de hipotenusa. Los lados restantes (catetos) ahora toman nombres particulares, el lado del triángulo que es a la vez lado del ángulo α recibe el nombre de **cateto adyacente (C.A)**, el lado del triángulo que no forma parte del ángulo α recibe el nombre de **cateto opuesto (C.O)**.
Tomamos por definición de las razones seno, coseno y tangente, las siguientes:

$$\boxed{sen\alpha = \frac{C.O}{Hip}} \quad \boxed{cos\alpha = \frac{C.A}{Hip}}$$

$$\boxed{tg\alpha = \frac{C.O}{C.A}}$$

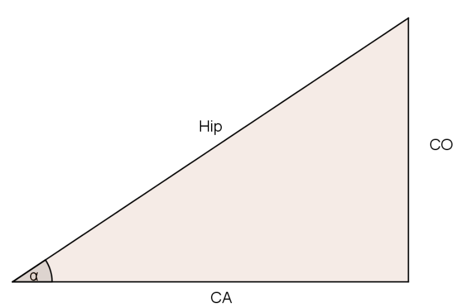


Figura 6:

2.3. Problemas de aplicación

Descomposicion de un vector en el plano

Consideremos un vector en el plano, dado por su módulo V y el ángulo que forma con el eje positivo de las abscisas α.

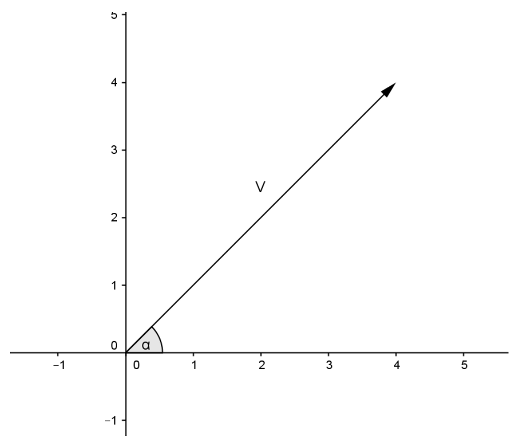


Figura 7:

Queremos conocer sus proyecciones sobre los ejes coordenados V_x y V_y.(Componentes rectangulares)

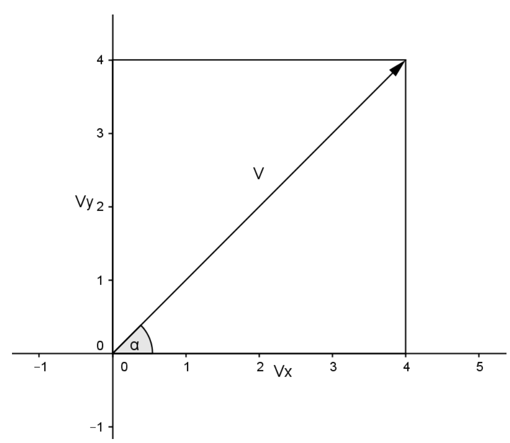


Figura 8:

Considerando el triángulo rectángulo que tiene por hipotenusa el vetor V, por cateto adyacente la componente en x, V_x y por cateto opuesto la componente en y, V_y.
Usando las razones trigonométricas, resultan:

$$\boxed{V_x = V \cdot cos\alpha}$$

$$\boxed{V_y = V \cdot sen\alpha}$$

Por otra parte, conociendo las componentes V_x, V_y. Podemos conocer el modulo V y el ángulo que forma con el eje positivo de las abscisas como sigue:

$$\boxed{V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$$

$$\boxed{tg\alpha = \frac{V_y}{V_x}}$$

2.4. Ejercitación

Ejercicio 15 *Expresar las siguientes medidas angulares en el sistema radial.*

(a) $140° =$

(b) $20° =$

(c) $280° =$

(d) $55° =$

(e) $130°33'20'' =$

(f) $37°15' =$

Ejercicio 16 *Expresar las siguientes medidas angulares en el sistema sexagesimal.*

(a) $\frac{3}{5}\pi \, rad =$

(b) $\frac{7}{5}\pi \, rad =$

(c) $\frac{1}{8}\pi \, rad =$

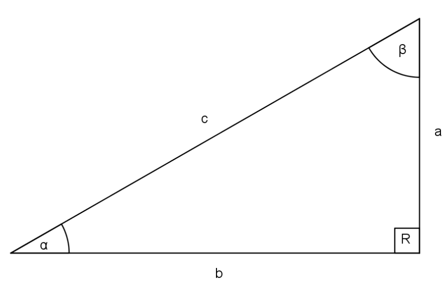
(d) $\frac{5}{3}\pi \, rad =$

(e) $0,72 \, rad =$

(f) $0,405 \, rad =$

Ejercicio 17 *Resolver los siguientes triángulos rectángulos.*

Consideremos el triángulo rectángulo de la siguiente figura.



(a) $\text{Datos=}\begin{cases} a = 12cm \\ c = 15cm \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $\text{Incognitas=}\begin{cases} b = \\ \alpha = \\ \beta = \end{cases}$

(b) $\text{Datos=}\begin{cases} a = 4m \\ b = 3m \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $\text{Incognitas=}\begin{cases} c = \\ \alpha = \\ \beta = \end{cases}$

(c) $\text{Datos=}\begin{cases} a = 10cm \\ \alpha = 30^\circ \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $\text{Incognitas=}\begin{cases} b = \\ c = \\ \beta = \end{cases}$

(d) $\text{Datos=}\begin{cases} b = 10cm \\ \alpha = 40^\circ \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $\text{Incognitas=}\begin{cases} a = \\ c = \\ \beta = \end{cases}$

(e) $\text{Datos=}\begin{cases} c = 5cm \\ \alpha = \frac{1}{4}\pi \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $\text{Incognitas=}\begin{cases} a = \\ b = \\ \beta = \end{cases}$

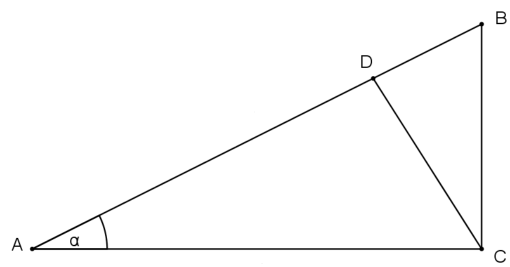
(f) $\text{Datos=}\begin{cases} c = 8cm \\ \beta = \frac{1}{9}\pi \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $\text{Incognitas=}\begin{cases} a = \\ b = \\ \alpha = \end{cases}$

(g) $\text{Datos=}\begin{cases} a = 4m \\ \beta = 25^\circ 35' 40'' \end{cases}$ $\qquad\qquad$ $\text{Incognitas=}\begin{cases} b = \\ c = \\ \alpha = \end{cases}$

Ejercicio 18 *Una escalera de 8 metros de largo se apoya sobre una pared quedando a una altura de 6 metros. Calcular el ángulo que la escalera forma con el piso.*

Ejercicio 19 *Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.*

Ejercicio 20 *Con los datos de la siguiente figura determinar el área de los triangulos ADC y BDC.*



Datos= $\begin{cases} \overline{AC} = 20cm \\ \alpha = 30^\circ \end{cases}$

Ejercicio 21 *Dados los vectores, cuyo módulo y dirección se especifican:*

Módulo	*Dirección*
$\boldsymbol{u} = 4$	$\alpha = 30^o$
$\boldsymbol{v} = 3$	$\beta = 45^o$
$\boldsymbol{w} = \frac{3}{2}$	$\gamma = 120^o$
$\boldsymbol{a} = 4$	$\delta = 210^o$
$\boldsymbol{b} = 1$	$\theta = 320^o$

a) Hallar las componentes de cada vector.

b) Graficar.

Ejercicio 22 *Dados las componentes de los vectores, calcular el módulo y dirección de los mismos.*

(a) $\boldsymbol{u_x} = 4cm, \ \boldsymbol{u_y} = 5cm$

(b) $\boldsymbol{v_x} = 12cm, \ \boldsymbol{v_y} = 3cm$

(c) $\boldsymbol{w_x} = 6cm, \ \boldsymbol{w_y} = 8cm$

(d) $\boldsymbol{a_x} = 0{,}5cm, \ \boldsymbol{a_y} = 1cm$

(e) $\boldsymbol{b_x} = 1cm, \ \boldsymbol{b_y} = 1cm$

3. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones

3.1. Ecuaciones lineales con una incógnita

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, en las que figuran una o varias letras llamadas incógnitas.
Los números que al sustituir a las incógnitas hacen verdadera la igualdad forman el **conjunto solución** de la ecuación, pudiendo este ser vacío.
Resolver una ecuación, consiste en hallar su conjunto solución.
Las **ecuaciones lineales con una incógnita** son aquéllas que pueden escribirse de la forma: $\boxed{ax + b = 0 \ \text{ con } \ a, b \in I\!R \ \ y \ \ a \neq 0}$
Llamaremos ecuaciones equivalentes a dos o más ecuaciones cuyas soluciones sean las mismas.
Por ejemplo: $2x = 8$ y $\frac{3}{2}x = 6$ son equivalentes, ya que su conjunto solución es $S = \{4\}$.
Para resolver una ecuación lineal de una incógnita, lo que haremos será hallar ecuaciones equivalentes, cada vez más sencillas, hasta llegar a un punto en el que la solución sea trivial. Para obtener ecuaciones equivalentes, utilizaremos las siguientes propiedades de la relación de igualdad:

- Si se suma a ambos miembros de una ecuación una misma expresión algebraica, la ecuación obtenida es equivalente a la primera.

- Si se multiplican ambos miembros de una ecuación por una misma expresión algebraica, la ecuación obtenida es equivalente a la primera.

Además, en ambos miembros de la igualdad, asumiremos que las letras representan números reales y usaremos todas las propiedades vistas en el primer capítulo.
La solución general de una ecuacion lineal con una incógnita viene dada por: $S = \{-\frac{b}{a}\}$
En efecto:
Consideramos la ecuación lineal con una incógnita $ax + b = 0$ con $a, b \in I\!R$ y $a \neq 0$

$$\begin{aligned} ax + b &= 0 && \\ ax + b - b &= 0 - b && \text{restamos m.a.m -b} \\ ax &= -b && \\ \frac{ax}{a} &= -\frac{b}{a} && \text{multiplicamos m.a.m por } \frac{1}{a}\ (a \neq 0) \\ x &= -\frac{b}{a} && \end{aligned}$$

Veamos algunos ejemplos:

- **Ejemplo 1:**

$$-3(x-2) = 2x + 11$$

Aplicamos la propiedad distributiva en el primer miembro

$$-3x + 6 = 2x + 11$$

Sumamos m.a.m la expresión -2x-6

$$\begin{aligned} -3x + 6 - 2x - 6 &= 2x + 11 - 2x - 6 \\ -3x - 2x &= 11 - 6 \\ -5x &= 5 \end{aligned}$$

Multiplicamos m.a.m por $-\dfrac{1}{5}$

$$\begin{aligned} (-\frac{1}{5}) \cdot -5x &= -\frac{1}{5} \cdot 5 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Luego el conjunto solución de la ecuación $-3(x-2) = 2x + 11$ es $S = \{-1\}$

Comprobemos que -1 satisface la ecuación, para ello reemplazamos el valor -1 en cada aparición de x

$$-3 \cdot (-1 - 2) = 2 \cdot (-1) + 11$$

Resolvemos por separado cada miembro de la igualdad

$$\begin{aligned} -3 \cdot (-3) &= -2 + 11 \\ 9 &= 9 \end{aligned}$$

Como la última igualdad es válida, $S = \{-1\}$ es el conjunto solución.

- **Ejemplo 2:**

$$\frac{2x-2}{3} = \frac{x+5}{2}$$

Multiplicamos m.a.m por 6 que es el mcm(2,3)

$$6\left(\frac{2x-2}{3}\right) = 6\left(\frac{x+5}{2}\right)$$
$$2(2x-2) = 3(x+5)$$

Aplicamos la propiedad distributiva en ambos miembros

$$4x-4 = 3x+15$$

Sumamos m.a.m la expresión $-3x+4$

$$4x-4-3x+4 = 3x+15-3x+4$$
$$4x-3x = 15+4$$
$$x = 19$$

Luego el conjunto solución de la ecuación $\dfrac{2x-2}{3} = \dfrac{x+5}{2}$ es $S = \{19\}$

Comprobemos que 19 es solución:

$$\frac{2\cdot 19-2}{3} = \frac{19+5}{2}$$
$$\frac{38-2}{3} = \frac{24}{2}$$
$$\frac{36}{3} = 12$$
$$12 = 12$$

- **Ejemplo 3:**

$$2\left(\frac{1}{3}x-2\right) - \frac{1}{4}x = -2x + \frac{x-2}{3} + 5$$

Aplicamos la propiedad distributiva en ambos miembros

$$\frac{2}{3}x - 4 - \frac{1}{4}x = -2x + \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 5$$

Sumamos m.a.m la expresión $2x - \frac{1}{3}x + 4$

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}x - 4 - \frac{1}{4}x + 2x - \frac{1}{3}x + 4 &= -2x + \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 5 + 2x - \frac{1}{3}x + 4\\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x + 2x - \frac{1}{3}x &= -\frac{2}{3} + 5 + 4\end{aligned}$$

Aplicamos la propiedad distributiva en el primer miembro y resolviendo el segundo miembro

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + 2 - \frac{1}{3}\right)x = \frac{25}{3}$$

Resolvemos el paréntesis del primer término

$$\frac{25}{12}x = \frac{25}{3}$$

Multiplicamos m.a.m por $\frac{12}{25}$

$$\begin{aligned}\frac{12}{25} \cdot \frac{25}{12}x &= \frac{12}{25} \cdot \frac{25}{3}\\ x &= 4\end{aligned}$$

Luego el conjunto solución de la ecuación $2\left(\frac{1}{3}x - 2\right) - \frac{1}{4}x = -2x + \frac{x-2}{3} + 5$ es $S = \{4\}$

Comprobemos que 4 es solución:

$$\begin{aligned}2\left(\frac{1}{3} \cdot 4 - 2\right) - \frac{1}{4} \cdot 4 &= -2 \cdot 4 + \frac{4-2}{3} + 5\\ 2\left(\frac{4}{3} - 2\right) - 1 &= -8 + \frac{2}{3} + 5\\ 2\left(-\frac{2}{3}\right) - 1 &= -\frac{7}{3}\\ -\frac{4}{3} - 1 &= -\frac{7}{3}\\ -\frac{7}{3} &= -\frac{7}{3}\end{aligned}$$

Ocasionalmente nos encontramos con expresiones que aparentan ser ecuaciones lineales con una incógnita y que sin embargo no tienen solución o tienen infinitas soluciones.

- **Ejemplo 4:**

$$\begin{aligned} 2x+7 &= 2(x+4) \\ 2x+7 &= 2x+8 \\ 2x+7-2x-7 &= 2x+8-2x-7 \\ 2x-2x &= 8-7 \\ 0x &= 1 \end{aligned}$$

La última ecuación **no tiene solución** pues no existe ningún número real que multiplicado por 0 de por resultado 1. En general las ecuaciones de la forma $0x = b$ con $b \neq 0$ no tienen solución. Su conjunto solución es $S = \emptyset$

- **Ejemplo 5:**

$$\begin{aligned} 3x+5 &= 3(x+2)-1 \\ 3x+5 &= 3x+6-1 \\ 3x+5-3x-5 &= 3x+6-1-5 \\ 3x-3x &= 6-1-5 \\ 0x &= 0 \end{aligned}$$

La última ecuación **tiene infinitas soluciones** pues todo número real multiplicado por 0 da por resultado 0. Su conjunto solución es $S = \mathbb{R}$

Problemas que se resuelven mediante ecuaciones lineales

Plantear una o más ecuaciones a partir de un problema, consiste en traducir a lenguaje algebraico las condiciones que ligan lo que se sabe con lo que se desea conocer.
Es fundamental leer con atención y releer el enunciado del problema, hasta entender perfectamente su significado. Después es conveniente seguir estas etapas:

1) Identificación de datos conocidos e incógnita: se detalla todo lo que se sabe (datos conocidos) y lo que deseamos conocer (las incógnitas).

2) Planteo de las ecuaciones: se relaciona con igualdades (ecuaciones) los datos con las incógnitas.

3) Resolución de las ecuaciones: se transforma cada ecuación planteada en otras equivalentes y más sencillas de resolver.

4) Comprobación de resultados: se verifica que las soluciones encontradas satisfacen la ecuación original.

5) Discusión de las soluciones: se trata de ver si las soluciones obtenidas son aceptables para el problema propuesto.

Recuerde que la tarea matemática consiste en gran medida en resolver problemas. Hay algunos aparentemente sencillos que le pueden llevar mucho tiempo, incluso aunque tenga a su disposición todas las herramientas necesarias.

Problema 1:
Al sumar un mismo número a los dos términos de la fracción $\frac{8}{3}$ obtenemos otra equivalente a $\frac{4}{5}$ ¿Cuál es el número que se ha sumado?

Resolvamos el problema siguiendo las etapas propuestas:

1) *Identificación de datos conocidos e incógnita:* llamamos x al número que se le suma al numerador y denominador. Debe ocurrir que $\frac{8+x}{3+x}$ sea equivalente a $\frac{4}{5}$.

2) *Planteo de la ecuación:* Por ser fracciones equivalentes debe verificarse que:

$$\frac{8+x}{3+x} = \frac{4}{5}$$

3) *Resolución de la ecuación:*

$$\frac{8+x}{3+x} = \frac{4}{5}$$
$$5(8+x) = 4(3+x)$$
$$40+5x = 12+4x$$
$$5x-4x = 12-40$$
$$x = -28$$

4) *Comprobación de resultados:* Debemos comprobar que $\frac{8+(-28)}{3+(-28)}$ es equivalente a $\frac{4}{5}$

$\frac{8+(-28)}{3+(-28)} = \frac{-20}{-25} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

5) *Discusión de las soluciones:* El número que se ha sumado es -28.

Problema 2:

En el curso de 2º A hay cierto número de alumnos. El curso 2º B tiene la mitad de los de 2º A más 10 alumnos y 2º C tiene la mitad de 2º A más 8 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo si hay 92 alumnos que cursan 2º?

1) *Identificación de datos conocidos e incógnita:* llamamos x al número de alumnos de la clase de 2º A

Curso	2º A	2º B	2º C
Alumnos	x	$\frac{x}{2}+10$	$\frac{x}{2}+8$

2) *Planteo de la ecuación:* Para expresar que entre los tres cursos hay 92 alumnos escribimos:

$$x + \left(\frac{x}{2}+10\right) + \left(\frac{x}{2}+8\right) = 92$$

3) *Resolución de la ecuación:*

$$\begin{aligned}
x+\left(\frac{x}{2}+10\right)+\left(\frac{x}{2}+8\right)&=92\\
x+\frac{x}{2}+10+\frac{x}{2}+8&=92\\
x+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}&=92-10-8\\
\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)x&=74\\
2x&=74\\
x&=\frac{74}{2}\\
x&=37
\end{aligned}$$

4) *Comprobación de resultados:* Comprobamos que el valor hallado de x satisface la ecuación:

$$\begin{aligned}
37+\left(\frac{37}{2}+10\right)+\left(\frac{37}{2}+8\right)&=92\\
37+\frac{57}{2}+\frac{53}{2}&=92\\
92&=92
\end{aligned}$$

5) *Discusión de las soluciones:* Si en 2º A hay 37 alumnos, en 2º B son $\frac{37}{2}+10=\frac{57}{2}$ y en 2º C son $\frac{37}{2}+8=\frac{53}{2}$. Esta solución satisface la ecuación, pero como no puede haber, por ejemplo $\frac{57}{2}$ de alumnos en 2º B, la situación descrita en el problema es imposible.
Por ejemplo el problema tendría solución si la cantidad total de alumnos en 2º año fuese 94.

3.2. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Una **ecuación lineal con dos incógnitas** es de la forma: $\boxed{ax + by = c \text{ con } a, b, c \in \mathbb{R}}$ y a y b no simultáneamente nulos.
Como veremos en el próximo capítulo este tipo de ecuaciones representan rectas del plano xy.
La diferencia con las ecuaciones lineales con una incógnita es que el conjunto solución es un conjunto infinito de pares de valores (uno correspondiente a x y otro a y), por ejemplo; consideremos la ecuación: $2x - y = 3$ (1)
Despejando la variable y, obtenemos: $y = 2x - 3$ Entonces para cada valor de x que demos, tendremos un valor de y y este par de números será una solución de la ecuacion (1). Así los pares (2,1); (0,-3) y (4,5) son solución de (1), en efecto:
$2 \cdot 2 - 1 = 3;$ $\qquad 2 \cdot 0 - (-3) = 3;$ $\qquad 2 \cdot 4 - 5 = 3$

Un **sistema de ecuaciones lineales** con dos incógnitas es un conjunto formado por dos ecuaciones con dos incógnitas. Lo que caracteriza al sistema es que se busca una o más soluciones que sean soluciones de todas las ecuaciones planteadas en el sistema. Es decir que verifique simultáneamente ambas ecuaciones.
Indicaremos un sistema de ecuaciones de la siguiente forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

3.2.1. Tipos de solución

Consideremos un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (1) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (2) \end{cases}$$

Como (1) y (2) representan rectas del plano xy pueden suceder los siguientes casos:

- Las rectas son oblicuas.
  En este caso las rectas se cortan en un único punto $P = (x, y)$, como este punto pertenece a ambas rectas, satisface ambas ecuaciones simultáneamente y será solución del sistema.

- Las rectas son coincidentes.
  En este caso las rectas tienen en común todos sus puntos. Luego todos los puntos son

solución simultanea de ambas ecuaciones y por lo tanto el sistema tendrá infinitas soluciones.

- Las rectas son paralelas.
  En este caso las rectas no se cortan en ningún punto, entonces no existe ningún punto que pertenezca a ambas rectas y por lo tanto sea solución del sistema. Luego el sistema no tendrá solución.

Teniendo en cuenta el análisis anterior de las posibles soluciones de un sistema de ecuaciones, los clasificamos como sigue:
Sistema compatible: Admite solución.
Sistema compatible determinado: Admite una única solución.
Sistema compatible indeterminado: Admite infinitas soluciones.
Sistema incompatible: No admite solución.

$$\text{Tipo de sistemas}\begin{cases}\text{Compatibles}\begin{cases}\text{Determinados}\\ \\ \text{Indeterminados}\end{cases}\\ \\ \text{Incompatibles}\end{cases}$$

3.3. Métodos de resolución

3.3.1. Método de reducción

El método de reducción consiste en:

(I) Multiplicar cada una de las ecuaciones del sistema por un número no nulo, de forma que los coeficientes de una de las incógnitas sean iguales pero cambiados de signo.

(II) Conseguido esto, se suman las ecuaciones obtenidas para eliminar esa incógnita, dando lugar a una ecuacion con una incógnita, que se resuelve haciendo las operaciones necesarias.

(III) Conocida una de las incógnitas se sustituye su valor en una de las ecuaciones originales y se calcula la segunda.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

(I) Multiplicamos la primera ecuación por 3.

$$\begin{cases} 9x - 3y = 21 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

(II) Sumamos ambas ecuaciones.

$$\begin{array}{c} 9x - 3y = 21 \\ 2x + 3y = 1 \\ \hline 11x + 0y = 22 \end{array}$$

Resolvemos la ecuación obtenida:

$$\begin{aligned} 11x &= 22 \\ x &= \frac{22}{11} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

(III) Sustituimos el valor obtenido en una de las ecuaciones originales y se despeja la otra incógnita.
Por ejemplo en la segunda ecuación:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2 + 3y &= 1 \\ 4 + 3y &= 1 \\ 3y &= 1 - 4 \\ 3y &= -3 \\ y &= \frac{-3}{3} \\ y &= -1 \end{aligned}$$

El conjunto solución del sistema es $S = \{(2, -1)\}$

3.3.2. Método de sustitución

El método de sustitución consiste en:

(I) Despejar una de las incognitas de *una* de las ecuaciones.

(II) Sustituir la expresión obtenida en la *otra* ecuación, de donde resultará una ecuación con una incognita y resolver.

(III) Conocida la incógnita del paso (II) se sustituye su valor en la ecuación del paso (I) y se calcula la segunda.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

(I) Despejemos y de la primera ecuación.

$y = 3x - 7$

(II) Sustituimos en la segunda ecuación y resolvemos.

$$\begin{aligned} 2x + 3(3x - 7) &= 1 \\ 2x + 9x - 21 &= 1 \\ 2x + 9x &= 1 + 21 \\ 11x &= 22 \\ x &= \frac{22}{11} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

(III) Reemplazamos en la ecuación del paso (I).

$$\begin{aligned} y &= 3 \cdot 2 - 7 \\ y &= 6 - 7 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

El conjunto solución del sistema es $S = \{(2, -1)\}$

3.3.3. Método de igualación

El método de igualación consiste en:

(I) Despejar una de las incognitas de *ambas* ecuaciones.

(II) Igualar las expresiones obtenidas, dedonde resultará una ecuación con una incógnita y resolver.

(III) Conocida la incógnita del paso (II) se sustituye su valor en alguna de las ecuaciones del paso (I) y se calcula la segunda.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

(I) Despejemos de ambas ecuaciones la variable y.

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ y = \dfrac{1-2x}{3} \end{cases}$$

(II) Igualamos las expresiones obtenidas y resolvemos.

$$\begin{aligned} 3x - 7 &= \frac{1-2x}{3} \\ 3(3x-7) &= 1 - 2x \\ 9x - 21 &= 1 - 2x \\ 9x + 2x &= 1 + 21 \\ 11x &= 22 \\ x &= \frac{22}{11} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

(III) Reemplazamos en alguna de las ecuaciones de (I), por ejemplo la primera.

$$\begin{aligned} y &= 3 \cdot 2 - 7 \\ y &= 6 - 7 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

El conjunto solución del sistema es $S = \{(2, -1)\}$

3.4. Ecuación de segundo grado

Una **ecuación de segundo grado con una incógnita**, una vez simplificada y ordenada tiene como expresión canónica: $\boxed{ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a, b, c \in I\!R \text{ } y \text{ } a \neq 0}$
La ecuación cuadrática es de gran importancia en diversos campos, ya que junto con las ecuaciones lineales, permiten modelar un gran número de relaciones y leyes.

3.4.1. Soluciones de una ecuación de segundo grado completa.

Dada una ecuación de segundo grado con una incógnita: $ax^2 + bx + c = 0$ sabemos que $a, b, c \in I\!R$ y $a \neq 0$, decimos que la ecuación es **completa** si además se verifica que $b \neq 0$ y $c \neq 0$
Las soluciones de esta ecuación se calculan mediante la fórmula:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

conocida como fórmula de Bhaskara.
El doble signo $\pm$ que precede a la raíz indica que puede haber dos soluciones, llamadas también raíces de la ecuación cuadrática:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad y \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La expresión subradical $b^2 - 4ac$ se llama discriminante y y lo simbolizamos con Δ

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

La ecuación cuadrática puede tener dos, una o ninguna solución real. La cantidad de soluciones depende de que el discriminante sea positivo, cero o negativo.

- $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos raíces reales y distintas.
  Ejemplo:
  Encontrar las soluciones de la ecuación $x^2 - 6x + 5 = 0$
  Analizamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 > 0$
  Usamos la fórmula de Bhaskara

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{6+4}{2} = 5 \\ \\ x_2 = \dfrac{6-4}{2} = 1 \end{cases}$$

La ecuación tiene dos raíces reales y distintas $x_1 = 5$ y $x_2 = 1$.

- $\Delta = 0$, la ecuación tiene dos raíces reales y coincidentes. (se le llama raíz doble)
  Ejemplo:
  Encontrar las soluciones de la ecuación $4x^2 - 4x + 1 = 0$
  Analizamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$
  Usamos la fórmula de Bhaskara

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 4} = \frac{4 \pm 0}{8} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{4+0}{8} = \dfrac{1}{2} \\ \\ x_2 = \dfrac{4-0}{8} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

  En este caso se dice que la ecuación tiene dos raíces reales coincidentes, $x_1 = x_2 = \dfrac{1}{2}$ o que tiene una raíz doble.

- $\Delta < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales.
  Ejemplo:
  Encontrar las soluciones de la ecuación $x^2 - x + 1 = 0$
  Analizamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$
  Usamos la fórmula de Bhaskara

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2 \cdot 1} \notin \mathbb{R}$$

  La ecuación no tiene raíces reales, es decir, no tiene solución en $\mathbb{R}$.

3.4.2. Soluciones de una ecuación de segundo grado incompleta.

En la ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ podemos distinguir tres términos: el término cuadrático ax^2 , el término lineal bx y el término independiente c . Por ser de segundo grado, el término cuadrático siempre aparece $(a \neq 0)$, pero puede suceder que falte alguno de los otros dos o ambos. En estos casos se dice que la ecuación es incompleta.

• Si $b = 0$, la ecuación no tiene término lineal: $ax^2 + c = 0$, con $a \neq 0$ y $c \neq 0$.
Se resuelve despejando x:

$$x^2 = -\frac{c}{a} \text{ entonces } \mid x \mid = \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ entonces } \begin{cases} x_1 = \sqrt{-\dfrac{c}{a}} \\ \\ x_2 = -\sqrt{-\dfrac{c}{a}} \end{cases}$$

Ejemplo: Resolver la ecuación $2x^2 - 32 = 0$

$$x^2 = \frac{32}{2} \text{ entonces } \mid x \mid = \sqrt{16} \text{ entonces } \begin{cases} x_1 = \sqrt{16} = 4 \\ \\ x_2 = -\sqrt{16} = -4 \end{cases}$$

• Si $c = 0$, la ecuación no tiene término independiente: $ax^2 + bx = 0$, con $a \neq 0$ y $b \neq 0$.
Para resolver sacamos factor común x:
$x(ax + b) = 0$
Teniendo en cuenta que el producto de dos o mas factores es cero, cuando al menos uno de ellos es cero, resulta:

$$\text{Si } x(ax + b) = 0 \text{ entonces } \begin{cases} x = 0 \\ \\ ax + b = 0 \end{cases}$$

Ejemplo: Resolver la ecuación $x^2 - 2x = 0$

$$x^2 - 2x = 0 \text{ entonces } x(x - 2) = 0 \text{ entonces } \begin{cases} x = 0 \\ \\ x - 2 = 0 \quad \text{entonces} \quad x = 2 \end{cases}$$

• Si $b = 0$ y $c = 0$ entonces la ecuación se reduce a: $ax^2 = 0$
Para este caso resulta que las soluciones son $x_1 = x_2 = 0$

3.4.3. Soluciones de una ecuación de segundo grado factorizada.

Dada la ecuación cuadrática $3x^2 - 6x - 9 = 0$, es posible expresarla como producto de factores.
Si nos encontramos con una igualdad como por ejemplo:
$3(x-3)(x+1) = 0$
estamos frente a una ecuación de segundo grado donde el primer miembro está expresado como producto de 3 factores.
Para que ese producto sea cero es necesario que alguno de sus factores sea cero.

$$3(x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ o \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ o \\ x = -1 \end{cases}$$

Si aplicamos la propiedad distributiva en el primer miembro de la ecuación, podemos obtener la expresión general de la ecuación cuadrática:
$3(x-3)(x+1) = 3(x^2 + x - 3x - 3) = 3(x^2 - 2x - 3) = 3x^2 - 6x - 9 = 0$
cuyas raíces son exactamente $x_1 = 3$ y $x_2 = -1$, en efecto:
Analizamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-9) = 144$
Usamos la fórmula de Bhaskara

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{2 \cdot 3} = \frac{6 \pm 12}{6} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{6+12}{6} = 3 \\ \\ x_2 = \dfrac{6-12}{6} = -1 \end{cases}$$

En general la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se puede expresar como producto de factores de la siguiente manera: $\boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)}$
donde a es el coeficiente del término cuadrático y x_1, x_2 son las raíces de la ecuación.

3.4.4. Resolución de ecuaciones de grado 4 con exponentes pares.

Otro conjunto particular de ecuaciones, a las cuales se les puede aplicar la teoría desarrollada en este capítulo, son las ecuaciones polinomiales de grado 4 con exponentes pares. En las mismas, un adecuado cambio de variable permite reducir el cálculo a la resolución de una ecuación de segundo grado. Por ejemplo, sea la siguiente ecuación de cuarto grado:
$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
Notemos que esta ecuación puede escribirse de la forma
$(x^2)^2 - 5(x^2) + 4 = 0 \quad (1)$
es decir, es una ecuación de segundo grado con incógnita x^2. Denotemos provisoriamente a x^2 con la letra u. Entonces, la ecuación (1) se escribe en términos de u como:
$u^2 - 5u + 4 = 0 \quad (2)$
Usamos la fórmula de Bhaskara para encontrar u_1 y u_2:

Analizamos el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$

$$u_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{5+3}{2} = 4 \\ \\ x_2 = \dfrac{5-3}{2} = 1 \end{cases}$$

Entonces las raíces de (2) son $u_1 = 4$ y $u_2 = 1$, luego las raíces de la ecuación (1) serán:

$$u = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$u = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases}$$

3.5. Ejercitación

Ejercicio 23 *Resolver las siguientes ecuaciones.*

a) $2x + 5 = 2$ Rta: $x = -\frac{3}{2}$

b) $2 \cdot (3x - 2) - (x + 3) = 8$ Rta: $x = 3$

c) $4x - 27 = -\dfrac{1}{2}x$ Rta: $x = 6$

d) $\dfrac{3x - 2}{7} = 4$ Rta: $x = 10$

e) $\dfrac{3}{2} \cdot \left(2x - \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{4}$ Rta: $x = \frac{3}{5}$

f) $\dfrac{2 - 6x}{4} = \dfrac{1 + x}{2}$ Rta: $x = 0$

g) $\dfrac{3}{4} \cdot \left(\dfrac{5 - 2x}{3}\right) + 4 = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{8 - x}{3}\right)$ Rta: $x = \frac{47}{4}$

h) $\dfrac{8x - 7}{4} + \dfrac{9 - 3x}{2} - 1 = x - \dfrac{5 \cdot (2x - 3)}{2}$ Rta: $x = \frac{23}{18}$

i) $3x + 4 - x = 7 + 2x$ Rta: $S = \emptyset$

j) $6 + (2x - 5) - (3x + 4) = \dfrac{x + 1}{2} + 2$ Rta: $x = -\frac{11}{3}$

Ejercicio 24 *Resolver los siguientes problemas usando ecuaciones.*

1) La suma de tres números consecutivos es 69. ¿Cuáles son dichos números?
Rta: 22, 23, 24.

2) El hermano mayor de una familia con tres hermanos tiene 4 años más que el segundo y este 3 años más que el menor. Si entre todos tienen la edad del padre que tiene 40 años, ¿que edad tiene cada hermano?
Rta: 10, 13, 17.

3) En una caja hay el doble de caramelos de menta que de fresa y el triple de caramelos de naranja que de menta y fresa juntos. Si en total hay 144 caramelos, ¿cuántos hay de cada clase?
Rta: Menta:24, Fresa:12 y Naranja:108.

4) Dos números pares consecutivos suman 474. ¿Cuáles son esos números? *Rta:* 236, 238.

5) En una biblioteca, la tercera parte de los libros son de música, la cuarta parte del resto de los libros son de ciencias sociales y 60 libros son de idioma extranjero. ¿Cuántos libros hay en total en la biblioteca?
Rta: 120.

6) Una dactilógrafa tiene que hacer un trabajo en varios días. El primer día escribe la mitad, el segundo día escribe un tercio de lo que le queda, el tercer día escribe un cuarto de lo restante y el cuarto día termina el trabajo, para lo cual tiene que escribir 15 páginas. ¿Cuántas páginas tiene el trabajo?
Rta: 60.

7) El perímetro de un rectángulo es de 46 cm. La altura mide 3 cm más que la base. Calcular las longitudes de la base y altura respectivamente.
Rta: Base:10 cm, Altura:13 cm.

8) Martín gastó \$12 de lo que tenia ahorrado en un regalo para su hermano, luego gastó \$3 en golosinas y más tarde se ganó la misma cantidad que tenia ahorrado al principio en un juego. Despues de todo esto, contó su dinero y tenia \$23. ¿Cuánto tenia ahorrado al principio?
Rta: \$19.

9) Hallar un número cuyo quíntuplo disminuido en 17, sea igual a su triplo aumentado en 41.
Rta: 29.

10) Hallar tres números consecutivos de modo que el primero más 5 veces el segundo más 9 veces el tercero, sea igual a 128.
Rta: 7, 8, 9.

Ejercicio 25 *Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, usando para cada uno un método distinto.*

a) $\begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ 6x - 3y = 21 \end{cases}$ S={(4,1)}

b) $\begin{cases} y - 3 = -x \\ 2x + 5y = 6 \end{cases}$ S={(3,0)}

c) $\begin{cases} 4x + \frac{1}{2}y = 13 \\ -\frac{1}{3}x - 3y = -7 \end{cases}$ S={(3,2)}

Ejercicio 26 *La suma de dos números es 123 y uno es el doble del otro. ¿De que números se trata?*

Rta: 41 y 82.

Ejercicio 27 *En una juguetería donde se venden bicicletas y triciclos. Juan Pablo dijo que hay 60 ruedas. Javier agregó que hay 5 bicicletas más que triciclos. ¿Cuántos hay de que uno?*

Rta: bicicletas:15, triciclos:10.

Ejercicio 28 *En un bolso hay 40 monedas, todas ellas de $0,25 y $0,50. Si en total hay $16,50. ¿Cuántas monedas de cada valor hay?*

Rta: 14 monedas de $0,25 y 26 monedas de $0,50.

Ejercicio 29 *Las entradas para una fiesta de estudiantes costaron $80 por persona sola y $150 por pareja. Si a la fiesta asistieron en total 144 personas y se recaudaron $10.980 por venta de entradas. ¿Cuántas parejas y cuántas personas solas asistieron a la fiesta?*

Rta: 36 personas solas y 54 parejas.

Ejercicio 30 *Cada una de las siguientes expresiones corresponde a una ecuación de segundo grado. Para cada una de ellas:*

i) *Calcular el determinante Δ.*

ii) *Determinar si tiene dos raíces reales distintas, una raíz real doble o no tiene raíces reales.*

iii) *En caso de tener raíces reales, calcularlas y escribir cada ecuación en su forma factorizada $a(x - x_1)(x - x_2)$.*

a) $x^2 + x - 2 = 0$

b) $32x^2 - 20x + 3 = 0$

c) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

d) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

e) $2x^2 - 8x + 9 = 0$

f) $6x^2 - 4x + \frac{2}{3} = 0$

g) $x^2 + 2x + 3 = 0$

h) $8x^2 + 2x - 3 = 0$

Ejercicio 31 *La ecuación de segundo grado $x^2 - 3hx + 9h = 0$ tiene dos raices reales iguales.*

a) *Indicar cuál es el valor de h, sabiendo que las raíces son positivas.*

b) *Calcular las raíces de la ecuación para el valor h hallado en el inciso anterior.*

Ejercicio 32 *La ecuación de segundo grado $px^2 + 10x + p = 0$ tiene dos raices reales iguales.*

a) *Indicar cuál es el valor de p, sabiendo que las raíces son negativas.*

b) *Calcular las raíces de la ecuación para el valor h hallado en el inciso anterior.*

Ejercicio 33 *Resolver las siguientes ecuaciones.*

a) $x^2 - 36 = 0$

b) $x^2 - 3x = 0$

c) $x^2 + 4 = 0$

d) $2x^2 + 8x = 0$

e) $3x^2 - 7x = 0$

Ejercicio 34 *Resolver las siguientes ecuaciones.*

a) $x^2 + 2x(x-2) - 11 = -6x + x^2 + 1$

b) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{x+3}{x}$

c) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

d) $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{x+\frac{3}{2}}{x}$

e) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

4. Funciones

4.1. Introducción

En términos matemáticos, una función es una regla que asigna a cada elemento de un conjunto un único elemento de otro conjunto. Por ejemplo, al ingresar a la Universidad, a cada estudiante se le otorga un número único de legajo. Luego, podríamos decir que *legajo* es una función que le asigna a cada alumno un número. Otro ejemplo sería asignar a cada alumno su mes de cumpleaños, y así *mes de cuampleaños* es una función del conjunto de alumnos al conjunto meses del año. El hecho que dos alumnos cumplan años en el mismo mes no invalida que sea una función, ya que a cada estudiante es posible asignarle solo un mes de cumpleaños. De este modo, al conjunto de alumnos de un curso en particular se le asigna uno de los 12 elementos del conjunto *meses del año*. Del mismo modo, la función *legajo*, a cada estudiante del conjunto *Alumnos de la facultad* le asigna un único número del conjunto *Números de legajo*.
En este capítulo daremos la definición y ejemplos de funciones en general, pero luego nos concentraremos particularmente con funciones entre conjuntos de números.

4.2. Funciones

Definimos a las funciones de la siguiente manera:

• Dados dos conjuntos A y B, una **función** de A en B es una regla que asigna a cada elemento de A un único elemento de B.

Para indicar que f es una función del conjunto A en el conjunto B lo simbolizamos: $f : A \to B$
A cada elemento a de A le corresponde un único elemento b de B. A este elemento b lo llamamos imagen de a por f, y lo denotamos $f(a) = b$.

4.3. Dominio, codominio e imagen

Dada una función $f : A \to B$, definimos:

(i) $Dom(f) = \{a \in A : \text{existe } b \in B \text{ tal que } f(a) = b\}$ como el dominio de f.

(ii) El conjunto B es el codominio de f.

(iii) $Im(f) = \{b \in B : \text{existe } a \in A \text{ tal que } f(a) = b\}$ como la imagen de f.

Ejemplo 1:
Sean $A = \{\textit{primavera, verano, otoño, invierno}\}$, $B = \{\textit{meses del año}\}$
y la función h que a cada estación del año le asigna el mes en que comienza. Luego:
$h(primavera) = septiembre$
$h(verano) = diciembre$
$h(\textit{otoño}) = marzo$
$h(invierno) = junio$
$Dom(h) = A$, el codominio es B y $Im(h) = \{\textit{septiembre, diciembre, marzo, junio}\}$

Ejemplo 2:
Sea $A = \{agosto, septiembre, octubre\}$, $B = \{30, 31\}$
Consideramos la función g que a cada mes le asigna su cantidad de días. Luego:
$g(agosto) = 31$
$g(septiembre) = 30$
$g(octubre) = 31$

$Dom(g) = A$, el codominio es B y $Im(g) = B$
Notemos que los elementos *agosto* y *octubre* tienen la misma imagen, y que cada uno tiene una única imagen.

En los casos en que A y B son conjuntos de números, es frecuente que la regla que determina a la función pueda ser expresada como una fórmula o expresión algebraica que indica cuál es la correspondencia. Por ejemplo, si consideramos la función f que a cada número le asigna su cuadrado, la regla se puede escribir:

$$f(x) = x^2$$

En esta fórmula, x representa a cualquier elemento de A. Entonces, la imagen de un número en particular se obtiene aplicando la fórmula:

$f(3) = 9$	dado que	$3^2 = 9$
$f(-3) = 9$	dado que	$(-3)^2 = 9$
$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$	dado que	$(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$
$f(\sqrt{3}) = 3$	dado que	$(\sqrt{3})^2 = 3$

Ejemplo 3:
Si f es la función que a cada número natural le asigna su siguiente, tenemos que f es una función de $I\!N$ en $I\!N$ ($f : I\!N \to I\!N$), y la fórmula que define a la función f se puede escribir como:

$$f(x) = x + 1$$

Ejemplo 4:
Si $g : I\!R \to I\!R$ es la función que a cada número le asigna el doble de su cubo, la fórmula que define a g es:

$$g(x) = 2x^3$$

En los casos en que la función está definida por una fórmula, se suele sobreentender que el dominio está dado por el conjunto de números en el que la fórmula se puede aplicar.

Ejemplo 5:
Consideremos la función f que a cada número real le asigna su raíz cuadrada positiva:

$$f(x) = +\sqrt{x}$$

Como la raíz cuadrada está definida sólo para los números positivos o el 0, entonces el dominio de f está dado por:

$$Dom(f) = \{x \in I\!R : x \geq 0\}$$

Ejemplo 6:
Si g es la función que a cada número le asigna su inverso:

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$g(x)$ se puede calcular siempre que x sea distinto de 0. Recordemos que el 0 es el único número real que no tiene inverso. Entonces el dominio de g está dado por:

$$Dom(g) = \{x \in I\!R : x \neq 0\}$$

4.4. Gráficos de funciones

Si f es una función de A en B, y A y B son subconjuntos de números, entonces podemos representar a la función f con un gráfico en el plano $I\!R \times I\!R$. Para ello consideramos un sistema de ejes coordenados que denominamos *eje x (o eje de las abscisas)* y *eje y (o eje de las ordenadas)*, y por cada punto x del dominio dibujamos el par $(x, f(x))$.

• Si A y B son conjuntos de números, y $f : A \to B$ es una función, el **gráfico de** f está determinado por todos los puntos del plano de la forma $(x, f(x))$, con $x \in A$.

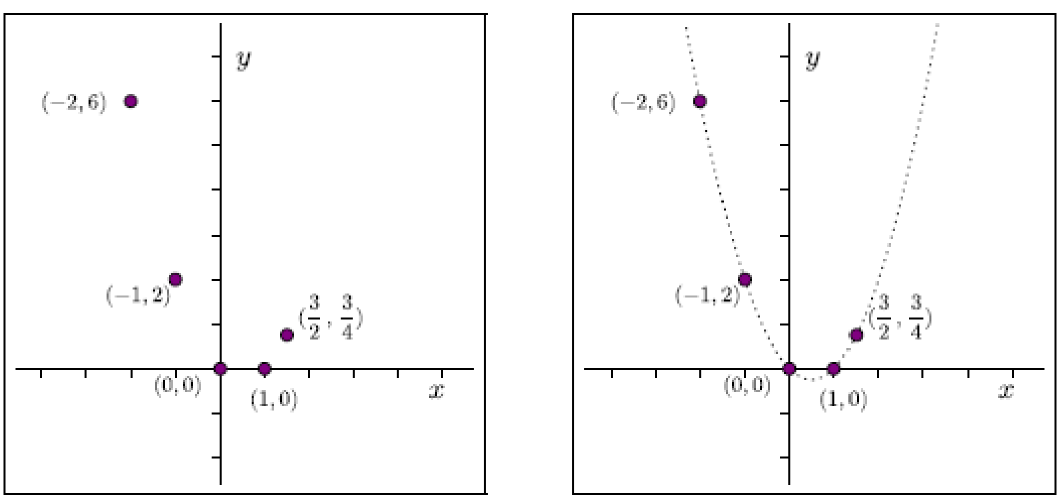
Ejemplo 1:

Si f es la función determinada por la formula $f(x) = x^2 - x$, entonces para encontrar algunos puntos del grafico elegimos puntos del dominio. Por ejemplo, elegimos -2, -1, 0, 1, $\frac{3}{2}$. Con una tabla determinamos los puntos:

x	$f(x)$	$(x, f(x))$
-2	6	$(-2, 6)$
-1	2	$(-1, 2)$
0	0	$(0, 0)$
1	0	$(1, 0)$
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$

Cuadro 1: Tabla de valores de f

Los valores del Cuadro 1 están representados en la Figura 9 (a).
En la Figura 9 (b) se han representado muchos más puntos del gráfico de f. En general no es fácil determinar el gráfico de una función con sólo marcar algunos puntos, a menos que tengamos otra información sobre la función. Por ejemplo, más adelante veremos que determinadas funciones, llamadas funciones lineales, tienen un grafico en forma de recta. Luego con marcar dos puntos, ya conocemos todo el gráfico.



(a) Puntos de la tabla (b) Más puntos del gráfico

Figura 9: Gráfico de la función f

El gráfico de una función puede ser una línea curva, una poligonal, una combinación de ambas, o puntos aislados. Pero en ningún caso puede haber dos puntos con la misma coordenada x.
Algunos ejemplos de gráficos de funciones están dados en la Figura 10.

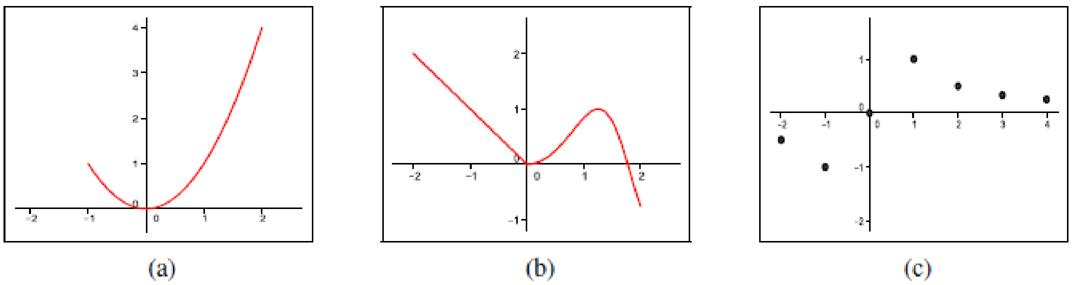


Figura 10: Gráficos de funciones

Notemos que en la Figura 10 (c) el dominio es un conjunto de números $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ que no es un intervalo real, por eso su gráfico es un conjunto de puntos aislados y no una linea continua.
Veamos cómo mejorar esta idea. Si en un gráfico hay dos puntos con la misma coordenada x, entonces no es el gráfico de una función. Esto es así pues si (a, b) y (a, c), con $b \neq c$, pertenecieran al grafico de una función f tendría que ser $f(a) = b$ y $f(a) = c$, y esto no es posible pues, por definición, f le asigna un único valor a a. (Ver Figura 11)

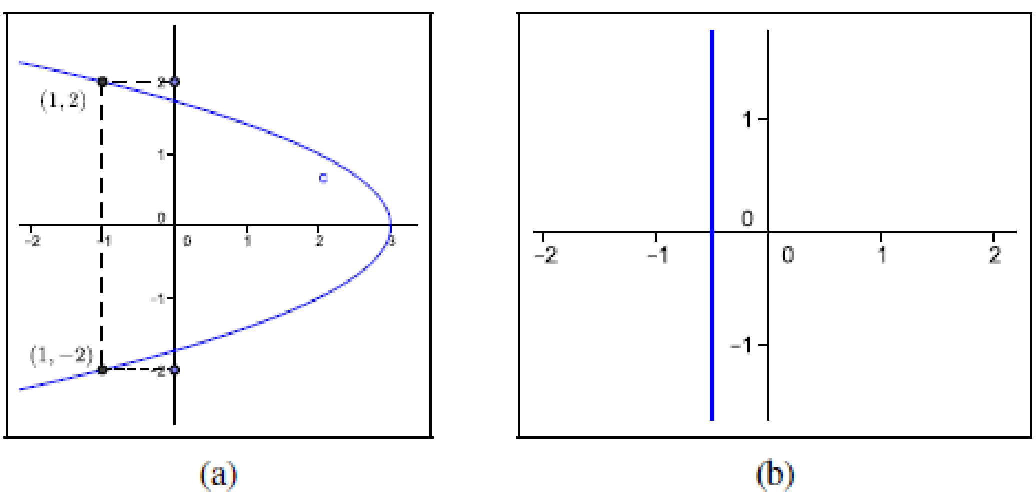


Figura 11: Gráficos que no corresponden a funciones

En general, para determinar si un gráfico no corresponde a una función. Se trazan rectas verticales por los puntos x pertenecientes al dominio de la función, si alguna de estas rectas corta en dos o más puntos al gráfico, este no corresponde a una función.

Ejemplo 2:

Consideremos la función $f : [0,3] \to I\!R$ dada por:

$$f(x) = 2$$

Entonces el gráfico de f son todos los puntos del plano de la forma $(x, 2)$, con $x \in [0, 3]$. Algunos de estos puntos son:

$$(0,2); (\frac{3}{2}, 2); (3,2)$$

y el gráfico es como en la Figura 12:

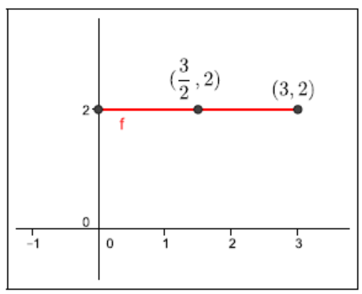


Figura 12: Gráfico de $f(x) = 2$

Ejemplo 3:

Sea $g : I\!R \to I\!R$ dada por $g(x) = x$.

En este caso, no es posible representar a g completamente porque su dominio son todos los números reales. Pero podemos dar el gráfico de g para un intervalo, por ejemplo, para [-1,3].

Su gráfico está conformado por todos los puntos del plano de la forma (x, x), es decir, que tienen las dos coordenadas iguales. Algunos de los puntos del gráfico son:

$$(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}); (0,0); (2,2)$$

(ver Figura 13)

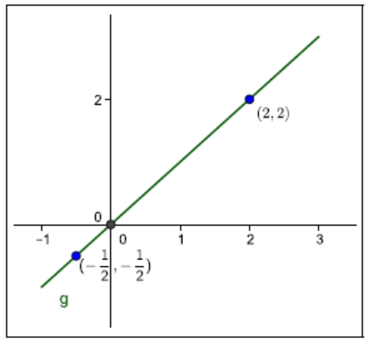


Figura 13: Grafico de $g(x) = x$

• Interpretación de graficos

Más adelante veremos cómo graficar determinadas funciones, como por ejemplo las funciones lineales. En estos casos, la fórmula que define a estas funciones nos da suficiente información para dar un gráfico bastante aproximado.

Ahora bien, ¿por qué querríamos graficar una función? ¿Nos aporta alguna información importante el gráfico o alguna información que no se puede hacer evidente sólo con la fórmula o regla de asignación?

La respuesta es que sí. A partir del gráfico y sin conocer su fórmula, podemos deducir varias propiedades de la función. Por ejemplo, el gráfico nos puede dar información sobre el dominio, la imagen, para qué valores en el dominio la función es positiva, o negativa, o mayor que 1, o igual a -2, o cual es el valor máximo que alcanza la función, o el valor mínimo.

Ejemplo 4:

Consideremos el gráfico de una función f, como se muestra de la Figura 14 a 18:

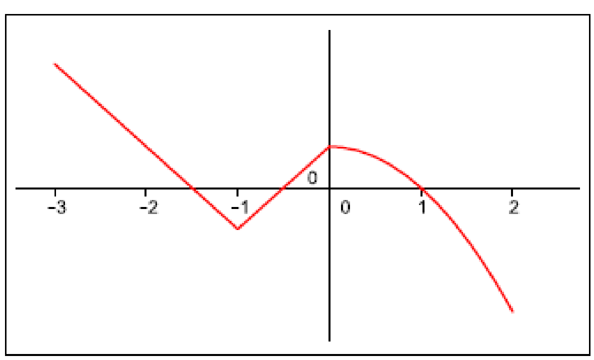


Figura 14: Gráfico de f

Si bien no conocemos la fórmula de la función, observando el gráfico podemos deducir algunas propiedades:

1. *El dominio de f:* es el conjunto de puntos en el eje x que están por debajo o por encima del gráfico. (Ver el trazo grueso sobre el eje x en la Figura 15). Así, el dominio de f se visualiza **sobre el eje x**, y en particular x está en el dominio si la recta vertical que pasa por x corta al gráfico.

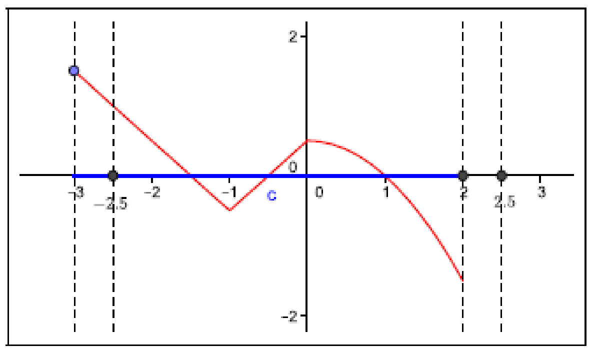


Figura 15: $Dom(f) = [-3, 2]$

Por ejemplo, en la Figura 15 podemos observar que -2,5 pertenece al dominio de la función, y en cambio 2,5 no pertenece.

2. *La imagen de f:* Determinar la imagen de una función a partir de su fórmula no suele ser una tarea sencilla. Pero el gráfico nos permite visualizarlo como aquellos puntos **sobre el eje y** tales que si trazamos una recta horizontal ésta corta al gráfico de la función.

   Si trazamos rectas horizontales por los extremos del gráfico, la imagen de la función quedará encerrada, en el eje y, entre dichas rectas. (Ver Figura 16)

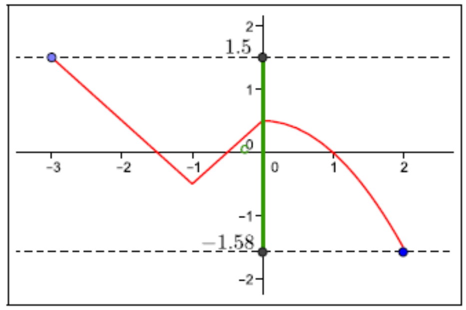


Figura 16: $Im(f) = [-1,5, 1,5]$

3. *Los valores de x para los cuales $f(x) \geq 0$:* Para esto observamos las partes del gráfico que corresponden a $f(x) \geq 0$, es decir, la segunda coordenada es positiva o cero. Los valores que estamos buscando son aquellos x que quedan por debajo de esa parte del gráfico:

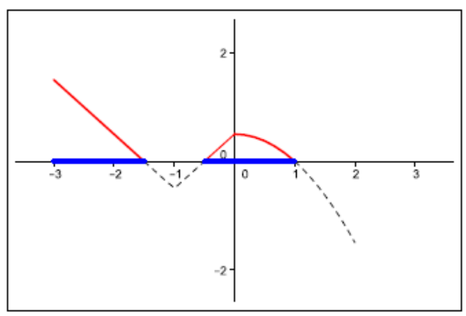


Figura 17: $\{x \in \mathbb{R} : f(x) \geq 0\}$

En la Figura 17, vemos que $\{x \in \mathbb{R} : f(x) \geq 0\} = [-3, -1,5] \cup [-0,5, 1]$.
En caso que quisíeramos determinar para qué valores de x se cumple $f(x) > 0$, tendremos que excluir los puntos donde la función vale 0. Como $f(x) = 0$ para $x = -1,5$, $x = -0;5$ y $x = 1$, resulta $\{x \in \mathbb{R} : f(x) > 0\} = [-3, -1,5) \cup (-0,5, 1)$

Si ahora queremos ver para qué valores de x se cumple $f(x) = 0,5$, trazamos la recta $y = 0,5$ y marcamos los puntos de intersección con el gráfico de f. En este caso, son los puntos $(0, 0,5)$ y $(-2, 0,5)$. Luego $f(x) = 0,5$ para $x = -2$ y para $x = 0$. (Ver Figura 18)

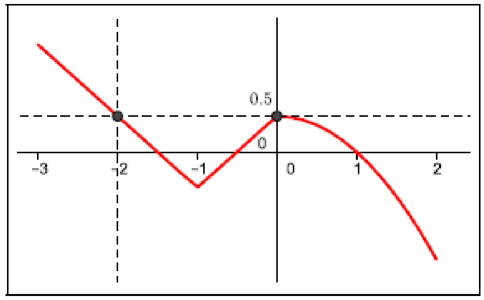


Figura 18: Preimagenes de 0,5

Ejemplo 5: Consideremos una función g con el gráfico de la Figura 19.

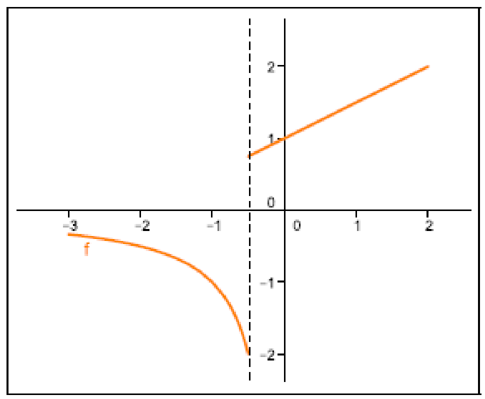
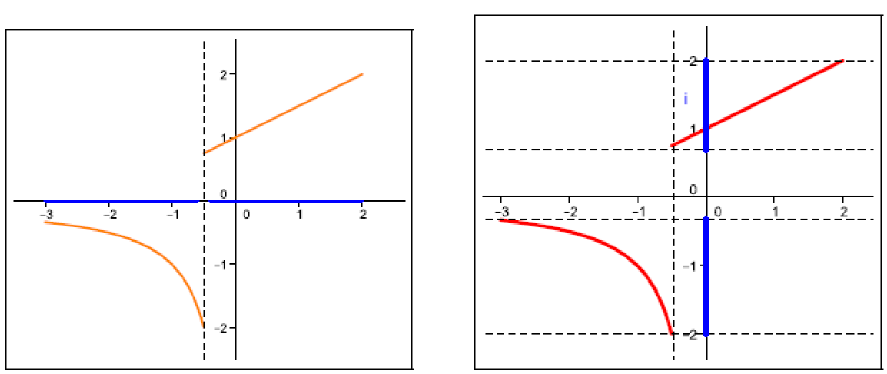


Figura 19: Gráfico de la función g

En este gráfico, la recta vertical $x = -\frac{1}{2}$ no interseca al gráfico de g. Esto nos indica que el punto (-$\frac{1}{2}$) no pertenece al dominio de g.



(a) Dominio de g (b) Imagen de g

Figura 20: Dominio e imagen de g

En la Figura 20 (a) vemos que:

$$Dom(g) = [-3, -\tfrac{1}{2}) \cup (-\tfrac{1}{2}, 2]$$

Con respecto a la imagen, recordemos que se visualiza sobre el eje y. En este ejemplo, observamos que si bien el gráfico queda encerrado entre las rectas $y = -2$ e $y = 2$, los puntos entre $(-\frac{1}{3})$ y $\frac{3}{4}$ no pertenecen a la imagen de g. La Figura 20 (b) nos muestra que:

$$Im(g) = [-2, -\tfrac{1}{3}) \cup (\tfrac{3}{4}, 2]$$

Por último, si quisiéramos conocer para qué valores de x se cumple que $g(x) = -\frac{1}{2}$, podemos proceder así: trazamos la recta $y = -\frac{1}{2}$, y marcamos todos los puntos de intersección con el gráfico. En este caso hay un solo punto. La coordenada x de dicho punto $(x = -2)$ verifica $g(-2) = -\frac{1}{2}$.

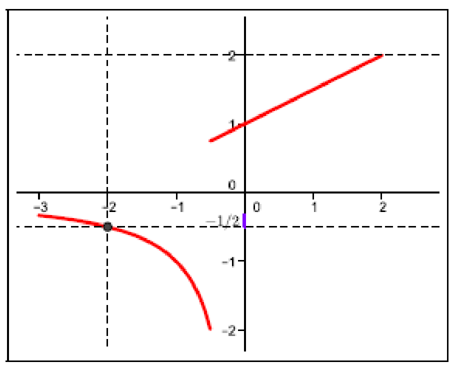


Figura 21: Preimagen de $-\frac{1}{2}$

• **Intersección con el eje x**
Los puntos donde la curva intersecta al eje x son de la forma $(x, 0)$ y se obtienen igualando a cero la expresión de la función, es decir haciendo $f(x) = 0$. A los valores de x para los cuales la función se anula se denominan **ceros de la función.**

• **Intersección con el eje y**
El punto donde la curva intersecta al eje y se obtiene haciendo $x = 0$, siempre que $0 \in Dom(f)$.

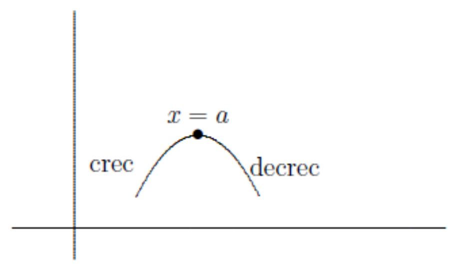
• Crecimiento y decrecimiento de una función

Sea $f : I\!R \to I\!R$ una función, $(a, b) \subseteq I\!R$ y $x_1, x_2 \in (a, b)$. Definimos:

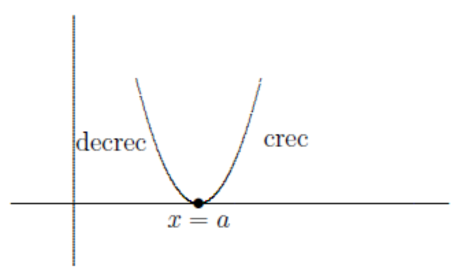
- f es creciente: si $x_1 \leq x_2$ entonces $f(x_1) \leq f(x_2)$
- f es estrictamente creciente: si $x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) < f(x_2)$
- f es decreciente: si $x_1 \leq x_2$ entonces $f(x_1) \geq f(x_2)$
- f es estrictamente decreciente: si $x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) > f(x_2)$

• Máximos y mínimos

- Una función $y = f(x)$ tiene en $x = a$ un máximo cuando a su izquierda la función es creciente y a su derecha decreciente.



- Una función $y = f(x)$ tiene en $x = a$ un mínimo, si a su izquierda la función es decreciente y a su derecha creciente.



4.5. Función lineal

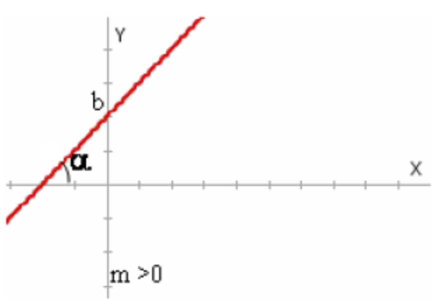
La función $f : I\!R \to I\!R$ es lineal si es de la forma:

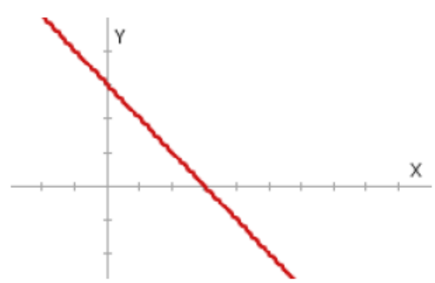
$$f(x) = mx + b$$

con m y b números reales.
La gráfica de la función lineal es una recta. El dominio de la función lineal es el conjunto de los números reales $I\!R$, y la imagen de esta función es $I\!R$ excepto para el caso particular $f(x) = b$, donde la imagen es el conjunto $\{b\}$.

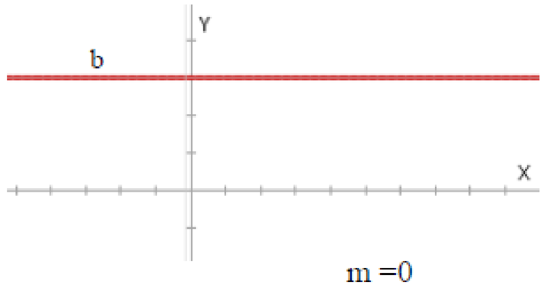
4.5.1. Ecuación explícita de la recta

En la expresión $f(x) = mx + b$, llamada ecuación explícita de la recta, el valor m se denomina la **pendiente** de la recta y está relacionado con la inclinación de la recta del siguiente modo.
Si α es el ángulo que forma la recta con el semieje positivo de las abscisas, la **pendiente** es la tangente trigonométrica de α: $m = tg\alpha$
Si el ángulo α es agudo, su tangente es positiva, m será positiva, mientras que si α es obtuso, la tangente es negativa por lo tanto tendrá pendiente m negativa. Finalmente $m = 0$ representa a rectas horizontales.
En la expresión $f(x) = mx+b$, a b se le llama **ordenada al origen** por ser el valor donde la recta corta el eje de las ordenadas (eje y).
Gráficamente:





m <0

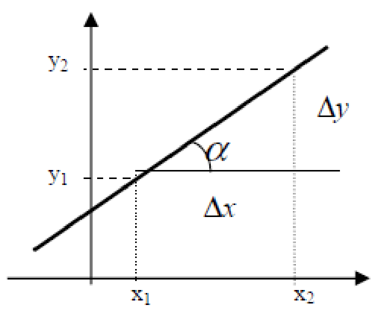


Cálculo de la pendiente de una recta

Dados dos puntos $P_1 = (x_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$ definimos:

Incremento en x: $\Delta x = x_2 - x_1$

Incremento en y: $\Delta y = y_2 - y_1$



La pendiente m de la recta se define como el cociente:

$$\boxed{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

4.5.2. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Sean los puntos $P_1 = (x_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$, la ecuación de la recta que pasa por ellos queda determinada por la expresión:

$$\boxed{y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1}$$

Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(2, 8)$
Llamemos $P_1 = (-1, 2)$ y $P_2 = (2, 8)$
Luego $x_1 = -1$, $y_1 = 2$, $x_2 = 2$ e $y_2 = 8$
Reemplazando en la fórmula anterior tenemos:
$y = \dfrac{8 - 2}{2 - (-1)}(x - (-1)) + 2$
Realizando los cálculos necesarios, $y = 2x + 4$

4.5.3. Ecuación de la recta conocidos la pendiente y un punto perteneciente a ella

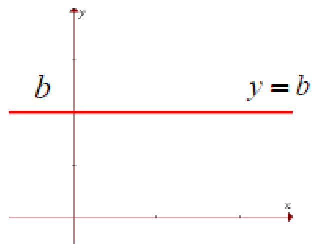
Si se conocen las coordenadas de un punto $P_1 = (x_1, y_1)$ de la recta y su pendiente m la ecuación de la recta que queda determinada es:

$$\boxed{y = m(x - x_1) + y_1}$$

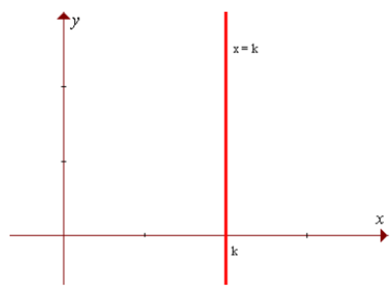
Ejemplo: Sabiendo que una recta pasa por el punto $P = (1, -4)$ y su pendiente es $m = 2$, hallara la ecuación de la recta.
Se reemplaza el la fórmula anterior $x_1 = 1$, $y_1 = -4$ y $m = 2$:
$y = 2(x - 1) + (-4)$
Realizando los cálculos necesarios,
$y = 2x - 6$

4.5.4. Función constante

Una función f es constante si para todo $x \in Dom(f)$ se verifica $f(x) = k$, con $k = cte$.
Las funciones lineales con pendiente nula son funciones constantes y su ecuación es.
$y = f(x) = b$
Su gráfica es una recta paralela al eje x. El ángulo de inclinación de la recta es de $0°$.
El $Dom(f) = \mathbb{R}$ y la $Im(f) = \{b\}$



Además si $b = 0$ entonces $y = 0$, la recta coincide con el eje x.
Las rectas verticales son paralelas al eje y, tienen como ecuación a $x = k$ ($k \in I\!R$) y **no son funciones**



4.5.5. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad

Dadas las rectas $r_1 : y = m_1x + b_1$ y $r_2 : y = m_2x + b_2$, entonces:

- $r_1 \parallel r_2$ si, y sólo si, $m_1 = m_2$
- $r_1 \perp r_2$ si, y sólo si, $m_1 \cdot m_2 = -1$

4.6. Función cuadrática

Se llama función cuadrática a toda función f definida por una expresión de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$.
La representación gráfica de una función cuadrática o de segundo grado es una curva llamada parábola.
La expresión $y = ax^2 + bx + c$ recibe el nombre de ecuación explícita de la parábola.

Forma factorizada

Toda función cuadrática se puede factorizar en función de sus raíces.

Dada: $f(x) = ax^2 + bx + c$ se puede factorizar como:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

siendo a el coeficiente principal de la función. En el caso de que el discriminante sea igual a 0 entonces $x_1 = x_2$, estamos en presencia de raices dobles, por lo que podemos escribir:

$$f(x) = a(x - x_1)^2$$

Forma canónica

Toda función cuadrática puede ser expresada mediante el cuadrado de un binomio de la siguiente manera:

$$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$$

Llamada forma canónica. Siendo a el coeficiente principal y el par ordenado (x_v, y_v) las coordenadas del vértice de la parábola.

• **Representación gráfica de una función cuadrática.**

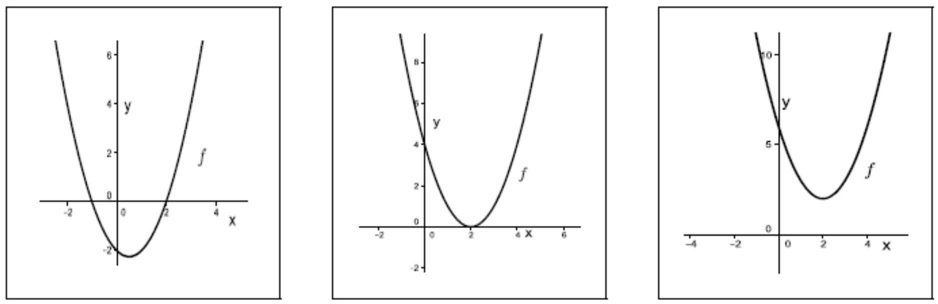
Para realizar la construcción del gráfico de una función cuadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, no es necesario confeccionar una tabla. Sólo es suficiente tener en cuenta las características que posee una parábola: su **eje de simetría**, su **vértice**, los **puntos de intersección con el eje x** (si existen) y el **punto de intersección con el eje y** (ordenada al origen).

- Análisis del coeficiente principal a:
  Si $a > 0$ entonces la ramas de la parábola están dirigidas hacia arriba,
  Si $a < 0$ entonces las ramas de la parábola están dirigidas hacia abajo.

- Intersección con el eje x:
  Si la parábola corta al eje x, los puntos de intersección se hallan haciendo
  $y = f(x) = 0$, esto es resolviendo la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$
  Como ya sabemos se pueden presentar los siguientes casos:
  (a) La ecuación tiene dos raíces reales y distintas, en este caso la curva corta al eje x en dos puntos distintos, $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$
  (b) La ecuación tiene dos raíces reales y coincidentes, en este caso la curva corta al

eje x en un sólo punto, $(x_1, 0)$

(c) La ecuación no tiene raíces reales, en este caso la curva no corta al eje x.



(a) (b) (c)

- Intersección con el eje y:

  Este punto se halla haciendo $x = 0$ en $f(x) = ax^2 + bx + c$, por lo tanto la curva corta al eje y en el punto $(0, c)$

- Coordenadas del vértice, $V = (x_v, y_v)$:

  Las coordenadas pueden encontrarse por las ecuaciones:

$$\boxed{x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}}$$

$$\boxed{y_v = f(x_v) = ax_v^2 + bx_v + c}$$

  otra forma de encontrar la coordenada x_v sin necesidad de hallar previamente las raíces es mediante la ecuación:

$$\boxed{x_v = -\frac{b}{2a}}$$

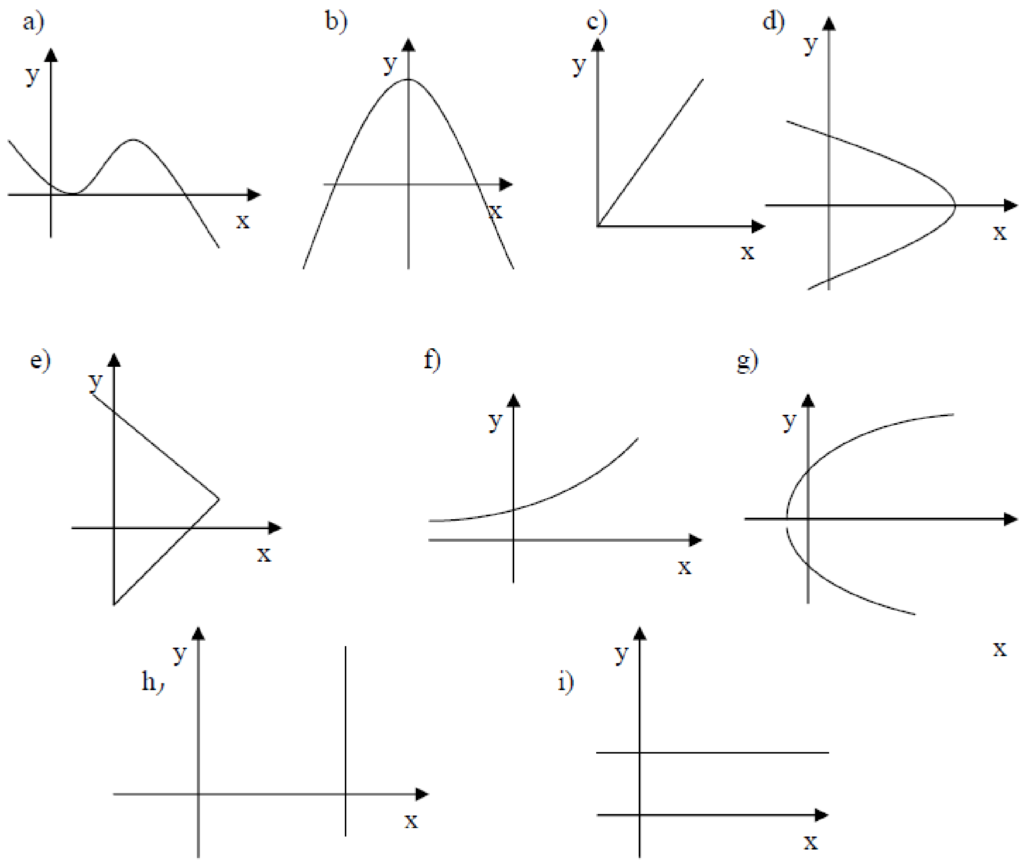
- Eje de simetría:

  El eje de simetría es una recta vertical que pasa por el vértice, entonces tendra por ecuación:

$$\boxed{x = -\frac{b}{2a}}$$

4.7. Ejercitacion

Ejercicio 35 *Indicar si los siguientes gráficos representan funciones.*



Ejercicio 36 *Determinar el dominio de las siguientes funciones:*

a) $f(x) = 2x + 7$

b) $g(x) = +\sqrt{x-2}$

c) $h(x) = \dfrac{x^2+3}{x+5}$

d) $s(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$

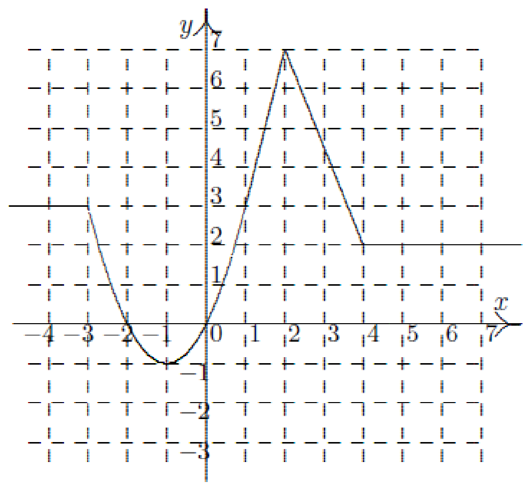
e) $r(x) = \dfrac{x+2}{x^2-3}$

Ejercicio 37 *En la gráfica de la siguiente función:*

a) Determinar dominio, codominio e imagen.

b) Indicar en que intervalos la función es creciente, en cuáles decreciente y en cuáles constante.

c) Indicar, si existen, los valores de x donde se alcanza un máximo o un mínimo.



Ejercicio 38 *El gráfico muestra las ganancias, en pesos, de una heladería a lo largo de un año.*

a) ¿Cuáles son las variables relacionadas?

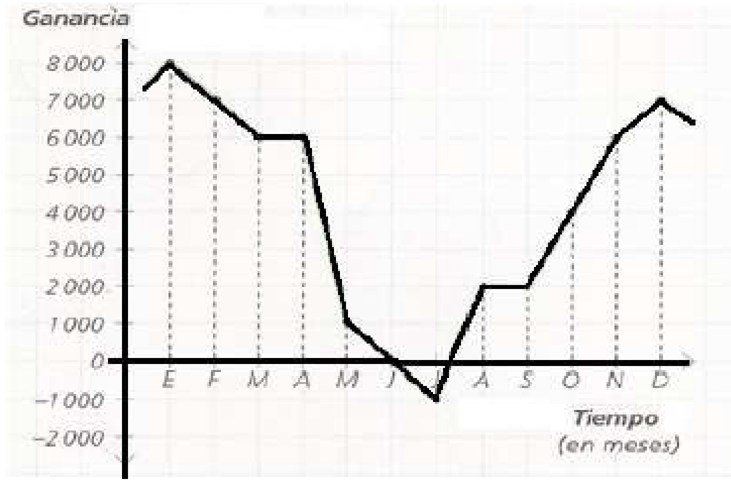
b) Indicar los períodos de crecimientos de las ganancias de la heladería.

c) ¿Hubo períodos en que las ganancias se mantuvieron constantes? ¿Cuáles?

d) ¿Durante que períodos disminuyeron las ganancias de la heladería?

e) ¿Qué sucedió en el mes de Junio?

f) ¿En qué mes las ganancias alcanzaron su valor máximo? ¿Y el mínimo?



Ejercicio 39 *Dada la gráfica de la siguiente función, determinar:*

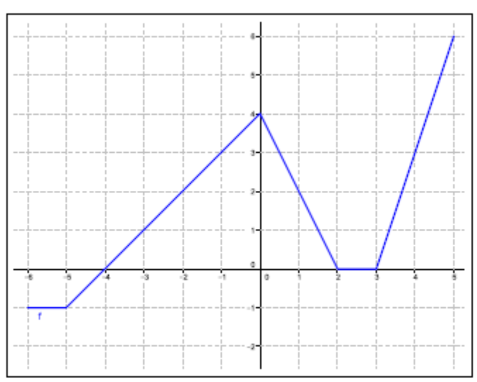
a) *El dominio de* f.

b) *La imagen de* f.

c) *Los valores de* x *donde* $f(x) \leq 3$

d) *Los valores de* x *donde* $f(x) > 3$

e) $f(3)$ *y* $f(-2)$



Ejercicio 40 *Representar gráficamente las siguientes funciones lineales, indicando en cada caso pendiente y ordenada al origen.*

a) $y = 2x$

b) $y = -3x + 1$

c) $y = \frac{1}{4}x - 1$

d) $y = -\frac{1}{2}$

e) $y = 2x + \frac{3}{2}$

f) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

g) $2(x + y - 5) = 8$

h) $\dfrac{x + 2y - 6}{4} = 4$

Ejercicio 41 *Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos P_1 y P_2. Graficar.*

a) $P_1 = (-5, 0)$ y $P_2 = (0, 2)$

b) $P_1 = (2, -1)$ y $P_2 = (3, 2)$

c) $P_1 = (4, 1)$ y $P_2 = (-2, 3)$

d) $P_1 = (1, 1)$ y $P_2 = (-2, 4)$

e) $P_1 = (2, -8)$ y $P_2 = (-1, 7)$

Ejercicio 42 *Hallar la ecuación de la recta de pendiente m que pasa por el punto P. Graficar.*

a) $m = 2,\ P = (-1, 3)$

b) $m = -\frac{4}{3},\ P = (3, -1)$

c) $m = -1,\ P = (-2, -2)$

d) $m = \frac{1}{2},\ P = (1, 4)$

Ejercicio 43 *Dada la recta de ecuación $y = 3x + 1$:*

a) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la dada que pasa por el punto $P = (3, -2)$.

b) Hallar la ecuación de la recta paralela a la dada que pasa por el punto $Q = (-2, 1)$.

c) Graficar las tres rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos.

Ejercicio 44 *Dada la recta de ecuación* $y = \frac{2}{3}x + 1$*:*

a) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la dada que pasa por el punto $P = (6, -\frac{3}{2})$*.*

b) Encontrar el punto intersección de ambas rectas.

c) Graficar.

Ejercicio 45 *Un plomero tiene la tarifa siguiente: por acudir a reparar, \$100 y por cada hora de trabajo, \$50. En este caso no hay que tener en cuenta el gasto del material utilizado.*

a) ¿Cuánto cuesta una hora de trabajo? ¿Y dos horas?

b) Escribir la fórmula de la función que relaciona el costo final de reparación en pesos con el número de horas trabajadas.

c) Representar gráficamente el costo en función del tiempo.

d) El importe ha resultado ser \$350. Calcular el tiempo invertido por el plomero.

Ejercicio 46 *Por alquilar un auto, una empresa cobra \$500 por día más un plus de \$5 por cada kilómetro recorrido.*

a) Hallar la función que representa el precio abonado por día en función de los kilómetros recorridos.

b) ¿Cuántos Km se han recorrido si se abonan \$650?

c) ¿Cuánto se abona si se recorren 43 km?

Ejercicio 47 *Dadas las siguientes funciones cuadráticas:*

a) $y = x^2 + 2x - 3$

b) $y = (x-1)^2 - 1$

c) $y = x^2 - 4$

d) $y = x^2 + 6x + 9$

e) $y = -2x^2 + 3x + 2$

f) $y = x^2 + 2x + 1$

g) $y = (x-2)^2 + 3$

h) $y = -x^2 - 2x - 3$

i) $y = 2(x-4)(x+2)$

j) $y = -(x-1)(x+1)$

(i) Indicar cuáles están en forma polinómica, cuáles en forma canónica y cuáles en forma factorizada.

(ii) Encontrar en cada caso: raíces (si existen), vertice, eje de simetría, ordenada al origen.

(iii) Escribir la forma factorizada de cada función cuadrática.

(iv) Representar gráficamente todas las parábolas

(v) Indicar dominio e imagen en cada caso.

(vi) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento. ¿Para qué valor de x hay un máximo o un mínimo?

Ejercicio 48 *Completar el cuadro siguiente y graficar.*

función	raíces	vértice	eje de simetría	dominio	Imagen
$y = 2x^2 + 12x + 16$					
$y = -2x^2 + 4x$					
$y = x^2 - 6x + 10$					
$y = x^2 - 8x + 16$					
$y = x^2 + 1$					

Ejercicio 49 *Sea* $f(x) = ax^2 - 4x - 6$*:*

a) ¿Cuánto debe valer a *para que el eje de simetría sea la recta de ecuación* $x = 1$*?*

b) Representar gráficamente la función y dar dominio e imagen.

c) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) ¿Para qué valor de x *la función alcanza su máximo o mínimo?*

Ejercicio 50 *Dada la función cuadratica* $y = -x^2 + x + k$*:*

a) Hallar el valor de k *para que la función tenga una raíz doble.*

b) Con el valor de k *encontrado en el inciso anterior, encontar: raíces, vértice, eje de simetría y ordenada al origen.*

c) Representar gráficamente la parábola.

d) Encontrar intervalos de crecimiento y decrecimiento. Hallar el valor de x *donde la función alcanza su máximo o mínimo.*

e) Dar dominio e imagen.

5. Bibliografía

1. A Survey of Modern Algebra. Birkhoff-Mclaine.
2. Apuntes del Curso de Ingreso del Departamento de Matemática de la U.N.S.J.
3. Apuntes del Curso de Ingreso de la F.A.M.A.F. de la U.N.C.
4. Cálculo y Geometría Analítica. Volumen 2. Larson, Hostetler, Edwards
5. Matemática 2, 3 y 4 (Tapia). Editorial Estrada.

Universidad Nacional de San Juan
Facultad de Filosofía Humanidades y Artes
Departamento de Física y Química

Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes

Curso de Ingreso

Física

CUADERNILLO DE TRABAJO

Profesorados:

Física – Química – Tecnología

Profesor: Guillermo Fabián Flores

A. T. P.: Vanesa García

Tatiana Citkovic

2018

Índice:

Organización de contenidos ………………………………………………………………….. 2

Tema Nº1: Introducción a las mediciones …………………………………………… 3

El proceso de medición ………………………………………………………………………. 4

Magnitudes Fundamentales y Derivadas ……………………………………………. 6

Sistemas de unidades………………………………………………………………………….. 7

Notación científica……………………………………………………………………………….. 10

Cifras significativas……………………………………………………………………………… 12

Errores en las mediciones………………………………………………………………….. 15

Pràctico de Ejercicios Nº1 ………………………………………………………………….. 18

Magnitudes Vectoriales ……………………………………………………………………… 20

Expresion en forma cartesiana y polar ………………………………………………... 21

Fuerzas – Suma de fuerzas ………………………………………………………………… 23

Fuerza elástica y fuerza peso ……………………………………………………………… 26

Pràctico de ejercicios Nº2 …………………………………………………………………… 27

Movimiento rectilíneo en una dimensión …………………………………………….. 29

Trayectoria, distancia y desplazamiento ………………………………………… 30

Velocidad media o promedio ……………………………………………………………. 32

Movimiento rectilíneo uniforme ………………………………………………………. 33

Gràficas de posición y velocidad ………………………………………………………. 34

Pràctico de ejercicios Nº3 ………………………………………………………………….. 36

Organización de Contenidos

Tema 1: ***Introducción a las mediciones***

Mediciones. Magnitudes fundamentales y derivadas .Proceso de medición. Expresión de una medición. Precisión y cifras significativas. Sistema Internacional de Medidas (SI). Múltiplos y submúltiplos. Notación científica. Magnitudes escalares y vectoriales.

Tema 2***: Magnitudes Vectoriales***

Representación gráfica. Formas de expresión: Cartesiana, Mediante vectores unitarios, Polar. Operaciones con vectores (Suma y Resta) en forma analítica y gráfica (Método de la Poligonal). Ejemplo representativo: Fuerzas, Tipos de fuerzas, Diagrama de fuerzas. Fuerza Neta.

Tema 3: ***Movimiento Rectilíneo en una dimensión***

Conceptos básicos de movimiento: desplazamiento, distancia, tiempo y velocidad media. Velocidad instantánea. Aceleración media e instantánea. Sistemas referenciales. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU). Características. Ecuaciones del movimiento. Representación e interpretación de las gráficas de posición, velocidad y aceleración.

Bibliografía

- Hewit, P. (2004). *Física conceptual*. México: Pearson Education.
- Resnick, R.; Halliday, D. y Krane K. (2009). *Física* (Vol. 1). México: Grupo Editorial Patria.
- Sears, F; Zemansky, M; Young, H y Freedman, R. (2004). *Física universitaria* (Vol. 1). México: Pearson Education.
- Gil, S. (2015), *Experimentos de Física, usando Tic'sy … .* Argentina: Marcombo S.A.
- Serway, R. (2000). *Física* (Vol. 1). Barcelona:Reverté S.A.
- Wilson, J.; Buffa, A. y Lou, B. (2007).*Física*. México: Prentice Hall Inc.

Tema Nº1: Introducción a las mediciones

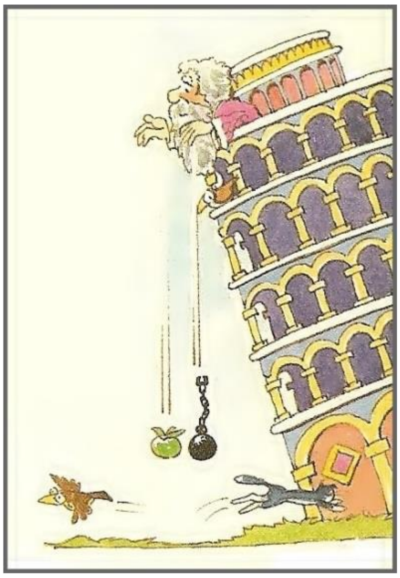
La Física como ciencia

La Física es una ciencia experimental. Los físicos observan los fenómenos naturales e intentan encontrar los patrones y principios que los describen. Tales patrones se denominan teorías físicas o, si están muy bien establecidos y se usan ampliamente, leyes o principios físicos.
Decir que una idea es una teoría no implica que se trate de una divagación o de un concepto no comprobado. Más bien, una teoría es una explicación de fenómenos naturales basada en observaciones y en los principios fundamentales aceptados.


Galileo Galilei

El desarrollo de la teoría física exige creatividad en cada etapa. El físico debe aprender a hacer las preguntas adecuadas, a diseñar experimentos para tratar de contestarlas y a deducir conclusiones apropiadas de los resultados.

Cuenta la leyenda que Galileo Galilei (1564-1642) dejo caer objetos ligeros y pesados desde la Torre de Pisa para averiguar si sus velocidades de caída eran iguales o diferentes. Galileo sabía que solo la investigación experimental le daría la respuesta. Examinando los resultados de sus experimentos (mucho más complejos de lo que cuenta la leyenda) llegó a la conclusión de que la velocidad de un cuerpo que cae es independiente de su peso. (*)



El desarrollo de teorías siempre es un proceso bidireccional, que comienza y termina con observaciones o experimentos. El camino para lograrlo a menudo es indirecto, con callejones sin salida, suposiciones erróneas, y abandono de teorías infructuosas en favor de otras más promisorias.

Pero lo que siempre distingue a una ciencia fáctica, como la Física, es la **medición**. Lo que se conoce a cerca de algo suele relacionarse con lo bien que pueda medirse.

Las mediciones científicas no son algo concerniente solo a nuestro tiempo, sino que se remontan a la Antigüedad. Por ejemplo, en el siglo III A.C. se realizaron mediciones bastante exactas de los tamaños de la Tierra, la Luna y el Sol.

<u>(*) Actividad Práctica: “Siguiendo los pasos de Galileo”</u>

Reconstruiremos los pasos que siguió Galileo en sus experimentos para determinar las velocidades de caída de diferentes objetos. Se requiere de un espacio cerrado y de los siguientes materiales:

- Hojas de papel (de preferencia en desuso)
- Lapicera o marcador

- Cinta métrica , cronómetro y balanza (en caso de ser necesario)

Procedimiento:

Tomen una hoja de papel, dóblenla por la mitad y corten de manera de obtener dos partes iguales. Tomen un marcador o una lapicera y una de las mitades de la hoja, suban a una silla y desde la misma altura dejen caer ambos objetos. ¿Qué sucede?¿Por qué piensan que sucedió? (Piensen en lo que tienen en común los objetos y en lo que varían)

Ahora, compriman la otra mitad de la hoja y repitan el paso anterior utilizando el mismo marcador o lapicera. ¿Qué sucede?¿Por qué piensan que sucedió? (Piensen en lo que tienen en común los objetos y en lo que varían)

Por último, tomen ambas mitades de la hoja de papel y vuelvan a repetir el procedimiento. ¿Qué sucede?¿Por qué piensan que sucedió? (Piensen en lo que tienen en común los objetos y en lo que varían)

Elaboren una conclusión en base a lo observado:
……

El proceso de medición

La Física es una ciencia experimental. Los experimentos requieren mediciones, cuyos resultados suelen describirse con números. Un número empleado para describir cuantitativamente un fenómeno físico es una **Magnitud física**, por ejemplo, el peso, la estatura, etc.
El resultado de un proceso de medición está compuesto por un número que se denomina ***valor numérico de la magnitud o medida*** en cuestión y se lo interpreta como "el número de veces que la unidad está contenida en la magnitud en cuestión". Este valor es independiente del proceso particular de medición, dependiendo sólo de la ***unidad de medida***. Como esta unidad, en principio, es arbitraria y se fija por convención, es necesario añadir un *símbolo* a la medida para indicar cuál unidad ha sido utilizada para realizar la comparación.

Por ejemplo, la distancia promedio entre la Tierra y la Luna es de 384400 km, lo que quiere decir que la unidad utilizada para medir (comparar) esta distancia ha sido el kilómetro y el resultado de la medición es el número 384400, que es el número de veces que la unidad (el kilómetro) está contenido en la distancia Tierra-Luna. Es decir:

Distancia Tierra-Luna

384400 km

Medida **Unidad (Patrón de medida)**

Para saber más

¿Cómo se midió la distancia entre la Tierra y la Luna?

Los griegos antiguos calcularon la distancia de la Tierra a la Luna.


Hiparco de Nicea

El filósofo griego, Aristarco de Samos (310-230 a.C.), se basó en la medición de las sombras observadas en los eclipses de Luna, para realizar cálculos que le llevaron a aventurar una estimación de la distancia que separaba a la Luna de la Tierra. Las cifras encontradas eran enormemente grandes para las ideas de esos tiempos, cuando se creía que la Luna podría estar, entre la Tierra y el firmamento de estrellas, a una distancia no superior a los 32 km.

Sin embargo, otro sabio griego, **Hiparco de Nicea (190-120 a.C)** fue quien perfeccionó las observaciones y los cálculos de Aristarco. Para sorpresa propia y de todos sus contemporáneos, dedujo que la Luna estaba a una distancia de 384.000 km de la Tierra.

Por supuesto que esto desconcertó a todos y se corrió un tupido velo sobre este precoz y asombroso descubrimiento que rompía definitivamente con la idea que se tenía de la distancia a la que estaba el firmamento. La sabiduría de Hiparco no se cuestionó, pero sí los resultados de sus cálculos. Es posible que ni él mismo se los creyera.

Mediciones actuales de la distancia de la Tierra a la Luna. Aunque parezca extraño, estas mediciones se realizan todos los días.

Desde un Observatorio de Texas (USA), cada día desde hace 37 años una persona lanza un rayo láser a la Luna, el cual al rebotar en unos paneles reflectores recubiertos por 100 espejos que apuntan a la Tierra. da la distancia exacta de nuestro satélite.

El experimento, que se realiza cada día, funciona de esta manera: un pulso de rayo láser es lanzado desde el telescopio de la Tierra; este rayo cruza la distancia Tierra-Luna, e impacta en el panel. Los espejos son reflectores cúbicos y envían el pulso de vuelta en la misma dirección desde la que llegó. De vuelta a la Tierra, el telescopio intercepta el pulso de retorno.
Esto permite medir con elevada precisión la distancia a la que en un momento determinado se encuentra la Luna. El tiempo del viaje de ida y vuelta determina la distancia a la Luna con una precisión de centímetros.
El 21 de julio de 1969, una hora antes de su último paseo lunar los astronautas del Apolo 11 colocaron en el Mar de la Tranquilidad el primer panel reflector.
Posteriormente, los astronautas del Apolo 14 colocaron otro panel reflector en Fra Mauro. Los astronautas del Apolo 15 instalaron en la fisura de Hadley, un reflector 15 veces más grande que los dos anteriores.

Datos más recientes de la órbita de la Luna

Con la información recogida durante los años que ha durado este experimento, los investigadores han conseguido trazar con gran precisión la órbita de la Luna, y han descubierto una serie de hechos destacables, entre ellos:
a) La Luna se mueve en una órbita espiral que se va alejando de la Tierra a un ritmo de 3,8 cm cada año. ¿Por qué? Los océanos de la Tierra son los responsables.
b) Es muy probable que el núcleo de la Luna sea líquido.
c) La fuerza universal de la gravedad es muy estable. La constante gravitacional de Newton (*G)* ha cambiado menos de una cien mil millonésima desde que comenzó el experimento con el láser.
d) Los físicos también han empleado los resultados del láser para verificar la teoría de Einstein de la gravedad. Hasta ahora todo está bien: las ecuaciones de Einstein predicen la forma de la órbita lunar tan exactamente como es posible determinarla con el láser. Si existiere algún defecto al respecto en la teoría general de la relatividad, la medición lunar por láser podría encontrarlo.

Actualmente se está trabajando en una nueva instalación en Nuevo México, llamada Operación de Medidas de Distancia a la Luna por Radar, que posibilitará realizar mediciones de la órbita de la Luna con precisión 10 veces más exacta que hasta ahora.

Extraído de la página:
https://astrojem.com/lunadistancia.html

Como regalo, aquí tienes una imagen de la distancia Tierra-Luna a escala:

Tierra Luna

Actividad Práctica: A partir de la imagen anterior y estableciendo una escala adecuada, obtenga la distancia Tierra-Luna , sabiendo que el diámetro terrestre es de 12700 km

Ejemplos y Ejercicios

1) Una familia vuelve de vacaciones en auto, cuando ven un cartel que indica que faltan 120 km para llegar a la ciudad de San Juan. Indique el sistema-objeto que se ha medido, la medida y la unidad utilizada.

2) Indique las siguientes magnitudes utilizando una unidad de modo que la medida sea un número entero:

a)24,75 m   b)560,0346 dm^2 c)1,5 cl   d)0,75 h

Magnitudes físicas Fundamentales y Derivadas

Una *magnitud física* es un atributo de un cuerpo, un fenómeno o una sustancia que puede determinarse cuantitativamente. Algunas magnitudes físicas son tan básicas que solo podemos definirlas describiendo la forma de medirlas. Ejemplos de ello son medir una distancia con una regla, o un lapso de tiempo con un cronometro.
En otros casos, definimos una cantidad física describiendo la forma de calcularla a partir de otras cantidades medibles. Así, podríamos definir la rapidez promedio de un objeto en movimiento, como la distancia recorrida (medida con una regla) dividida en el tiempo de recorrido (medido con un cronometro).

La mayoría de las magnitudes físicas se pueden expresar y medir en términos de las llamadas **magnitudes fundamentales**. La distancia (o longitud), el tiempo, la masa, la temperatura, la intensidad de corriente eléctrica, la cantidad de materia y la intensidad luminosa son las magnitudes fundamentales; todas las demás se expresan en términos de ellas y se llaman **magnitudes derivadas**. Por ejemplo, el área de una superficie se expresa como el producto de las longitudes de sus dos dimensiones, en tanto que el volumen es el producto de las longitudes de sus tres dimensiones; la densidad se calcula como el cociente entre la masa de un cuerpo y el volumen que ocupa.

En resumen, las magnitudes fundamentales para el S.I. son:

Magnitud	Unidad	Representación
Masa	kilogramo	kg
Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd
Intensidad de corriente	ampere	A

El Sistema Internacional de Unidades

Para evitar que cada país o región tenga sus propias unidades de medida, surge en el año 1875 el **Sistema Internacional de Unidades** (SI) y es un acuerdo internacional firmado, inicialmente, por 17 países en París, Francia. Éste tiene como propósito garantizar la uniformidad y equivalencia en las mediciones para facilitar las actividades tecnológicas industriales y comerciales. Se establecieron las unidades "base" para las magnitudes fundamentales, ya detalladas en el cuadro anterior.

Con el paso de los años, las definiciones de las unidades básicas del sistema métrico han evolucionado. Cuando la Academia Francesa de Ciencias estableció el sistema en 1791, el metro se definió como una diezmillonésima parte de la distancia entre el Polo Norte y el ecuador. El segundo se definió como el tiempo que tarda un péndulo de 1 m de largo en oscilar de un lado a otro. Estas definiciones eran poco prácticas y difíciles de duplicar con precisión, por lo que se han refinado por acuerdo internacional.

Tiempo
De 1889 a 1967, la unidad de tiempo se definió como cierta fracción del día solar medio (el tiempo promedio entre llegadas sucesivas del Sol al cenit). El estándar actual, adoptado en 1967, es mucho más preciso; se basa en un reloj atómico que usa la diferencia de energía entre los dos estados energéticos más bajos del átomo de cesio. Al bombardearse con microondas de cierta frecuencia exacta, el átomo de cesio sufre una transición entre dichos estados. Un **segundo** (que se abrevia como s) se define como el tiempo que tardan 9.192.631.770 ciclos de esta radiación de microondas.

Longitud
En 1960 se estableció también un estándar atómico para el metro, utilizando la longitud de onda de la luz anaranjada-roja emitida por átomos de Kriptón ( ) en un tubo de descarga de luz. Usando este estándar de longitud, se comprobó que la rapidez de la luz en el vacío era de 299.792.458 m/s. En 1983, el estándar de longitud se modificó otra vez, de manera que la rapidez de la luz en el vacío fuera, por definición, exactamente de 299.792.458 m/s. El metro se define de modo que sea congruente con este número y con la definición anterior del segundo.
Así, la nueva definición de **metro** (que se abrevia m) es la distancia que recorre la luz en el vacío en 1/299.792.458 segundos.

Masa
El estándar de masa, el **kilogramo** (que se abrevia kg), se define como la masa de un cilindro de aleación platino-iridio especifico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sevres, cerca de Paris. Un estándar atómico de masa sería más fundamental; sin embargo, en la actualidad no podemos medir masas a escala atómica con tanta exactitud como a escala macroscópica. El gramo (que no es una unidad fundamental) es de 0.001 kilogramos.
por acuerdo internacional.

Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA)

¿Sabías que en la Argentina tenemos nuestro propio sistema de unidades desde hace más de 40 años? El SIMELA se instituyó en el año 1972 gracias a la **Ley N° 19 511 de Metrología Legal**.

Por esta ley se decide adoptar el SI para la Argentina agregándose también ciertas unidades ajenas al mismo.

Algunas unidades SIMELA ajenas al Sistema internacional

Magnitud	Nombre	Símbolo	Valor en unidades SI
Masa	unidad de masa atómica	u	$1,6605402 \times 10^{-27}$ kg
Área	hectárea	ha	1×10^{4} m^2
Longitud	unidad astronómica	UA	$1,4959787 \times 10^{11}$ m
	parsec	pc	$3,0857 \times 10^{16}$ m
Velocidad	kilómetro por hora	km/h	$\frac{1}{3,6}\, m/s$

Sistema Ingles

El **sistema inglés** de unidades o **sistema imperial**, es aún usado ampliamente en los **Estados Unidos de América** y, cada vez en menor medida, en algunos países con **tradición británica**. Debido a la intensa relación comercial que tiene nuestro país con los EUA, existen aún en México muchos productos fabricados con especificaciones en este sistema. Ejemplos de ello son los productos de madera, tornillería, cables conductores y perfiles metálicos. Algunos instrumentos como los medidores de presión para neumáticos automotrices y otros tipos de manómetros frecuentemente emplean escalas en el sistema inglés. En el cuadro siguiente, se especifican las equivalencias con unidades del S.I.

Magnitud	Unidad Sistema Ingles	Equivalencia con SI
Longitud	Pulgada	1in = 2.54 cm
	Pie	1 pie = 30.48 cm
	Yarda	1 yd = 0.914 m
	milla	1 mi = 1.609 Km
Masa	Libra	1 lb = 453.6 g
	Onza	1 oz = 28.35 g
	tonelada	1 t = 907.2 Kg
Volumen	Galón	1 gal = 3.785 L
	Cuarto	1qt = 946.4 mL
	Pie cubico	1 pie^3 = 28.32 L

Nota: En el cuadro anterior, el punto es coma.

Prefijos de Unidades

Una vez definidas las unidades fundamentales, es fácil introducir unidades más grandes y más pequeñas para las mismas cantidades físicas. En el sistema métrico, estas otras unidades siempre se relacionan con las fundamentales por múltiplos de 10 o . Así, un kilómetro (1 km) son 1000 metros, y un centímetro (1 cm) es . Es común expresar los múltiplos de 10 o en notación exponencial: 1000=103, 0,001=10-3, etc.
Con esta notación, 1Km=103m y 1cm=10-2m.

Los nombres de las unidades adicionales se obtienen agregando un **prefijo** al nombre de la unidad fundamental.
Por ejemplo, el prefijo **"kilo",** abreviado **k**, siempre indica una unidad 1000 veces mayor; así:
1 **kiló**metro= 1 km= 10^3 metros= 1000 m
1 **kilo**gramo= 1 kg= 10^3 gramos = 1000 g
1 **kilo**Watt = 1 kW= 10^3 Watt= 1000 W

La siguiente tabla muestra los prefijos estándar del SI, con sus significados y abreviaturas.

PREFIJO	ABREVIATURA	VALOR	
tera	T	10^{12}	múltiplos
giga	G	10^{9}	
mega	M	10^{6}	
kilo	k	10^{3}	
hecto	h	10^{2}	
deca	da	10^{1}	
	unidad		
deci	d	10^{-1}	submúltiplos
centi	c	10^{-2}	
mili	m	10^{-3}	
micro	μ	10^{-6}	
nano	n	10^{-9}	
pico	p	10^{-12}	
femto	f	10^{-15}	

Para saber más

El siguiente cuadro fue extraído del libro Física Universitaria (Vol.1) Edición XII. En él se enuncian ejemplos de las unidades de medida para la Longitud, Masa y Tiempo.

Longitud

1 nanómetro = 1 nm = 10^{-9} m (unas cuantas veces el tamaño del átomo más grande)

1 micrómetro = 1 μm = 10^{-6} m (tamaño de algunas bacterias y células vivas)

1 milímetro = 1 mm = 10^{-3} m (diámetro del punto de un bolígrafo)

1 centímetro = 1 cm = 10^{-2} m (diámetro del dedo menique)

1 kilómetro = 1 km = 10^{3} m (un paseo de 10 minutos caminando)

Masa

1 microgramo = 1 μg = 10^{-6} g = 10^{-9} kg (masa de una partícula pequeña de polvo)

1 miligramo = 1 mg = 10^{-3} g = 10^{-6} kg (masa de un grano de sal)

1 gramo = 1 g = 10^{-3} kg (masa de un sujetador de papeles)

Tiempo

1 nanosegundo = 1 ns = 10^{-9} s (tiempo en que la luz recorre 0.3 m)

1 microsegundo = 1 μs = 10^{-6} s (tiempo en que un transbordador espacial en órbita recorre 8 mm)

1 milisegundo = 1 ms = 10^{-3} s (tiempo en que el sonido viaja 0.35 m)

Actividad práctica: En base a los ejemplos que aporta el cuadro anterior, discute con tu compañero de banco cada uno de ellos e intenta verificar su veracidad, falsedad y/o ambigüedad.

Ejemplos y ejercicios

1) Una de las siguientes magnitudes NO es fundamental, según el S.I. Tilde la opción correcta y explique por qué:

a)Masa ☐ b)Tiempo ☐ c)Velocidad ☐ d)Temperatura ☐

2) ¿Cuántos cm^3 de volumen tiene una botella de gaseosa de $2\frac{1}{4}$ L ?

3) Si los capilares de un adulto promedio se enderezaran y extendieran extremo con extremo, cubrirían una longitud de más de 40 000 mi . Si su estatura es de 1.75 m, ¿cuántas veces su estatura equivaldría la longitud de los capilares?

4) ¿Qué edad tendrá una persona de 24 años cuando hayan pasado mil millones de segundos? (Suponga las equivalencias: $1 año \equiv 365\ dìas\ \ y\ \ 1 mes \equiv 30\ dìas$)

Notación científica

Los científicos utilizan muy a menudo una forma abreviada para hacer operaciones, a la que llaman notación científica; consiste en escribir las cifras del número original diferentes de cero y multiplicarlo o dividirlo por una potencia de 10 que equivale a los lugares a la derecha o a la izquierda que se corre la coma decimal para obtener el número original.

¿Cuál sería la notación científica de la masa de la Tierra si ésta se estima en 5 270 000 000 000 000 000 000 000 kg?

Cuando se expresa una magnitud "grande" (recuerda que esto es relativo y depende de lo que se compara), el exponente de la base 10 será positivo (+). El valor numérico del exponente nos indica la cantidad de ceros que se "deben agregar". En caso contrario, para valores numéricos "pequeños", el signo del exponente será negativo (–) y el valor de la potencia nos indica la posición del primer número.

Por ejemplo, la masa de una ballena azul es de aproximadamente 120 toneladas, o sea, 120 000 kg; expresado este valor en notación científica, tenemos que su masa es de 1.2×10^5 kg, donde el exponente nos indica que, después de la unidad indicada en la representación, habrá cinco cifras más, de las cuales, la primera debe ser 2. Un ejemplo contrario sería la masa de un mosquito, la cual se calcula en 0.001 kg que, expresado en *notación científica*, sería de 1×10^{-3} kg. En este mismo sentido, un caso extremo sería la masa de un protón, calculada en 0.00000000000000000000000167 kg o, también expresado en notación científica, 1.67×10^{-24} kg. Como puedes darte cuenta, esta forma de representación numérica facilita la escritura de las cantidades.

Reglas para la Notación Científica:

La notación exponencial o científica consiste en escribir un número a partir de un producto entre otros 2 números, uno llamado coeficiente y el otro, potencia de base 10, cuyo exponente es un número entero. El coeficiente debe cumplir con la condición de que sea mayor o igual a uno y menor que diez. Es decir:

$$\boldsymbol{a \text{ x } 10^b}$$

Donde:

a : debe ser un número entero o decimal tal que $1 \leq a < 10$

b : debe ser número entero (positivo o negativo)

Procedimiento para expresar un número en notación científica

Por ejemplo, supongamos el número: 4 300 000 ; debemos expresarlo a partir del coeficiente (a) que cumpla con la condición $1 \leq a < 10$, en este caso debe ser: 4,3 y la potencia de base diez (b) deberá ser 6 , de modo que el resultado final sea:

$$\mathbf{4\,300\,000 = 4,3 \text{ x } 10^6}$$

Otro ejemplo, supongamos ahora el número: 0,000348 ; en este caso el coeficiente deberá ser $a = 3{,}48$ y la potencia en base diez será $b = -4$, de modo que el resultado final será:

$$\mathbf{0,000348 = 3,48 \text{ x } 10^{-4}}$$

Se puede concluir que:

- Si para expresar un número en n.c. se debe correr la coma hacia la DERECHA , la potencia en base diez será NEGATIVA e indicará el número de lugares que se corrió la coma para que $1 \leq a < 10$

- Si para expresar un número en n.c. se debe correr la coma hacia la IZQUIERDA , la potencia en base diez será POSITIVA e indicará el número de lugares que se corrió la coma para que $1 \leq a < 10$

Ejercicios:

1) Expresa en notación científica los siguientes números:

68900 = ……………………… 0,000075 = ……………………….. 4500000 = ………………………

2) El número 4550000000 expresado en notación científica equivale a:

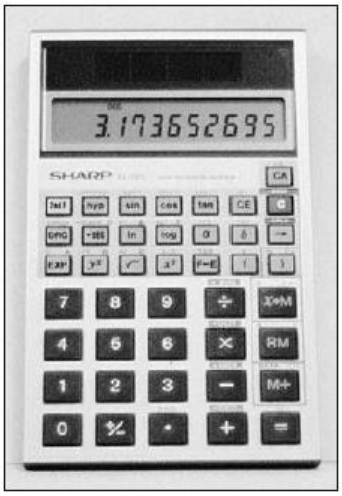
1) 4,55 $x10^5$ 2)4,55 $x10^8$ 3)4,55 $x10^9$ 4) Ninguna es correcta

Para saber más Un **año luz** es una unidad de distancia utilizada en Astronomía. Equivale aproximadamente a 9,46 × 10^{12}km. Se calcula multiplicando la velocidad de la luz (300000 km/s) por el tiempo equivalente a un año (promedio) de 365 días.

Actividad Práctica: A partir de la información anterior: a) Expresa en notación normal la distancia de un año luz. b) Expresa en notación científica la velocidad de la luz y el tiempo de un año (expresado en segundos). c) Por último, corrobora que al multiplicar la velocidad de la luz por el tiempo en segundos, el dato de la longitud "año luz" está correcta.

Cifras significativas

Cuando se nos pide resolver un problema, generalmente nos ofrecen datos numéricos.
Por lo regular, tales datos son números exactos o números medidos (cantidades).
Los **números exactos** son números sin incertidumbre ni error. Esta categoría incluye números como el "100" que se usa para calcular porcentajes, y el "2" de la ecuación $r = \frac{d}{2}$ Que relaciona el radio con el diámetro de una circunferencia. Los **números medidos** son números que se obtienen a través de procesos de medición, por lo que casi siempre tienen cierto grado de incertidumbre o error.



Cuando efectuamos cálculos con números medidos, el error de medición se *propaga*, o se arrastra, en las operaciones matemáticas. Entonces, surge la duda de cómo informar el error en un resultado. Por ejemplo, supongamos que nos piden calcular el tiempo (t) con la formula $t = x/v$ y se nos dice que x = 5.3 m y v = 1.67 m/s . Entonces, tenemos:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{5.3 \text{ m}}{1.67 \text{ m/s}} = ?$$

Si hacemos la división en calculadora, obtendremos un resultado como 3,173 652 695 segundos

¿Cuántas cifras, o dígitos, deberíamos informar en la respuesta?
El error de incertidumbre del resultado de una operación matemática podría calcularse usando métodos estadísticos. Un procedimiento más sencillo, y ampliamente utilizado, para estimar la incertidumbre implica el uso de **cifras significativas** (**cs**)o *dígitos significativos*. El grado de exactitud de una cantidad medida depende de que tan finamente dividida este la escala de medición del instrumento. Por ejemplo, podríamos medir la longitud de un objeto como 2.5 cm con un instrumento y 2.54 cm con otro; el segundo instrumento brinda mas cifras significativas y un mayor grado de exactitud.
Básicamente, *las cifras significativas en cualquier medición son los dígitos que se conocen con certeza, más un dígito que es incierto.* Este conjunto de dígitos por lo regular se define como todos los dígitos que se pueden leer directamente del instrumento con que se hizo la medición, más un digito incierto que se obtiene estimando la fracción de la división más pequeña de la escala del instrumento.
Las cantidades 2.5 cm y 2.54 cm tienen dos y tres cifras significativas, respectivamente, lo cual es bastante evidente. Sin embargo, podría haber cierta confusión si una cantidad contiene uno o más ceros. Por ejemplo, .cuantas cifras significativas tiene la cantidad 0,0254 m? .Y 104,6 m? 2705.0 m?
En tales casos, nos guiamos por las siguientes reglas:

1. Los ceros al principio de un número no son significativos. Simplemente ubican el punto decimal. Por ejemplo:
0,0254 m tiene tres cifras significativas (2, 5, 4)

2. Los ceros dentro de un número son significativos. Por ejemplo:
104,6 m tiene cuatro cifras significativas (1, 0, 4, 6)

3. Los ceros al final de un número, después del punto decimal, son significativos.
Por ejemplo:
2705,0 m tiene cinco cifras significativas (2, 7, 0, 5, 0)

4. En el caso de enteros sin punto decimal, que terminan con uno o más ceros (ceros a la derecha) —por ejemplo, 500 kg— los ceros podrían ser significativos o no.
En tales casos, no queda claro cuales ceros sirven solo para ubicar el punto decimal y cuales son realmente parte de la medición. Es decir, si el primer cero de la izquierda (500 kg) es el digito estimado en la medición, solo se conocerán con certeza dos dígitos, y solo habrá dos cifras significativas. Asimismo, si el ultimo cero es el digito estimado (500 kg), habrá tres cifras significativas. Esta ambigüedad podría eliminarse empleando notación científica (de potencias de 10):

- $5,0 \, X10^2$ kg tiene dos cifras significativas
- $5,00 \, X \, 10^2$ kg tiene tres cifras significativas

Esta notación ayuda a expresar los resultados de los cálculos con el número correcto de cifras significativas, como veremos en breve.
(***Nota***: para evitar confusiones cuando demos cantidades con ceros a la derecha en los ejemplos y los ejercicios del texto, consideraremos que esos ceros son significativos. Por ejemplo, supondremos que un tiempo de 20 s tiene dos cifras significativas, aunque no lo escribamos como $2,0 \, X10^1$ s.)

Es importante informar los resultados de operaciones matemáticas con el número correcto de cifras significativas. Esto se logra siguiendo las reglas de 1) multiplicación y división y 2) suma y resta. Para obtener el número correcto de cifras significativas, los resultados se redondean. A continuación, algunas reglas generales que usaremos para las operaciones matemáticas y el redondeo.

Cifras significativas en cálculos (reglas)

1. Al MULTIPLICAR y DIVIDIR cantidades, deje tantas cifras significativas en la respuesta como haya en la cantidad con menos cifras significativas
2. Al SUMAR y RESTAR cantidades, deje el mismo número de posiciones decimales (redondeadas) en el resultado como haya en la cantidad con menos decimales.

Reglas para redondear

1. Si el primer dígito a desechar es menor que "5" , deje el dígito anterior como está.
2. Si el primer dígito a desechar es " 5 o más" incremente en 1 el dígito anterior.

Las reglas para cifras significativas implican que el resultado de un cálculo no puede ser más exacto que la cantidad menos exacta empleada. Es decir, no podemos aumentar la exactitud realizando operaciones matemáticas. Por lo tanto, el resultado que debería informarse para la operación de división que vimos al principio de esta sección es

$$\frac{\overset{(2\ cs)}{5.3\ \text{m}}}{\underset{(3\ cs)}{1.67\ \text{m/s}}} = 3.2\ \text{s}\ \ (2\ cs)$$

El resultado se redondea a dos cifras significativas.

Para saber más **El número π (pi)**

El número π (pi) es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro en geometría. Es un número irracional y una de las constantes matemáticas más importantes.

Se emplea frecuentemente en matemáticas, física e ingeniería. El valor numérico de π, truncado a sus primeras cifras, es el siguiente:

$$\pi \approx 3.14159265358979323846\ \ldots$$

El valor de π se ha obtenido con diversas aproximaciones a lo largo de la historia, siendo una de las constantes matemáticas que más aparece en las ecuaciones de la física.

Actividad práctica: Usando lo que acabas de aprender y valiéndote de un compás, una regla, un trozo de hilo o lana y una hoja de papel, debes trazar una circunferencia grande en la hoja, recortarla (si es necesario) y luego obtener el número pi a partir del diámetro y el perímetro de la circunferencia. Por último, pega la circunferencia y anota lo trabajado en tu cuaderno.

Ejemplos y ejercicios:

1) Escriba cada uno de los siguientes números con tres cifras significativas y utilizando reglas de redondeo:

a) 580,745 b) 0,0005892 c) 80,516 d)360,7

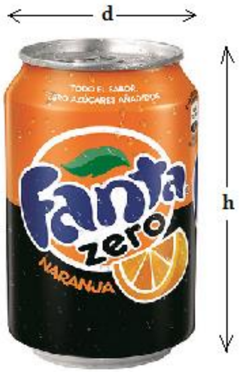
2) Una mesa rectangular mide 1,245 m de largo por 0,760 m de ancho. a) Indique las cifras significativas de cada medida b) ¿Cuál es la superficie de la mesa? Respete cifras significativas y reglas de redondeo

3) Al resolver un ejercicio , un estudiante suma 46,9 m y 5,72 m , luego al resultado le resta 38m .

a) ¿Cuántas posiciones decimales tendrá la respuesta final? 1)cero 2)una 3)dos 4)tres .

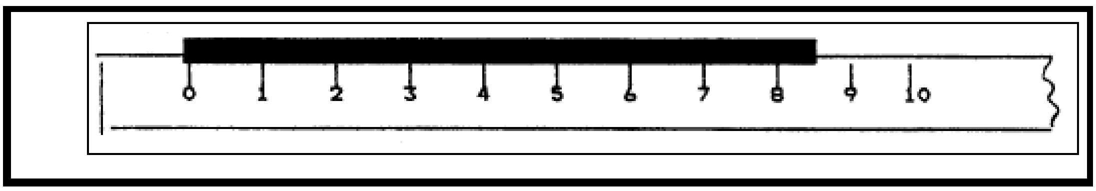
b) Obtenga la respuesta final

4) Las dimensiones exteriores de una lata cilíndrica de gaseosa se informan como 12,559 cm para la altura y 5,62 cm para el diámetro. a) ¿Cuantas cifras significativas tendrá el área exterior rectangular? 1) dos, 2) tres, 3) cuatro o 4) cinco. .Por qué? b) Calcule el área total exterior de la lata en cm2 (Sume el área del rectángulo más la base y la tapa)



Precisión, exactitud y errores en la medición

Cada vez que realizamos una medición, la misma posee errores (incertezas) que dependen de varios factores, como la apreciación del instrumento, la habilidad del observador, las condiciones de trabajo en el proceso de medición, el objeto de medición, etc. Por ejemplo, si se mide la longitud de un lápiz con una regla que aprecia 1cm (menor división de su escala) puede ocurrir que uno de los extremos de esa longitud no coincida con una división de la regla. Si el observador se siente capaz de estimar media división (0,5 cm), la lectura será de acuerdo al ejemplo 8,5 cm. La estimación de las lecturas, en esas condiciones, para ese observador y regla será 0,5cm.



Y la medición se expresa: Largo del lápiz = (8,5 ± 0,5) cm

Para indicar la **exactitud** de un valor medido (es decir que tanto creemos que se acerca al valor real) debemos escribir el número, el símbolo ± y un segundo número que indica el error absoluto de la medición. En nuestro ejemplo:

Exactitud de la longitud medida: (8,5 ± 0,5) cm

Valor medido: 8,5 cm

Error absoluto (Δx) : 0,5 cm

El **error absoluto** de la medición**,** indica la máxima diferencia probable entre el valor medido y el real. El error de un valor medido depende de la técnica empleada y del instrumento empleado para medir.

En general, cuando vamos a dar la lectura o medida de una magnitud, se expresa como:

$$X = X_0 \pm \Delta X$$

Donde: X es la medida real; X_0 es la medida realizada y ΔX el error absoluto de la medición .

Cabe señalar que **precisión** no es lo mismo que **exactitud**. Un reloj digital económico que indica que la hora es 10:35:17 A.M. es muy *preciso* (la hora se da con segundos); pero si el reloj está atrasado varios minutos, el valor no será muy *exacto*. Por otro lado, un reloj de caja puede ser muy exacto (dar la hora correcta) pero, si no tiene segundero, no será muy preciso. Una medición de alta calidad, como las que definen estándares, es tanto precisa *como* exacta

Modos de expresar el error en la medición:

Errores Absoluto, Relativo y Porcentual de una medida.

Error o incerteza absoluta: $\Delta X = |X - X_0|$

Error o incerteza relativa: $\varepsilon_r = \Delta X/X$

Error o incerteza relativa porcentual: $\varepsilon_r\% = (\Delta X/X) \,.\, 100$

<u>Cuando se realizan un conjunto de mediciones</u>:

Se busca encontrar el valor más representativo (promedio) de la medida de la magnitud en cuestión, valor que estará afectado de una incertidumbre o error.

- En lugar del X_0, se toma el valor más probable o promedio ($\bar{X}$) y queda:

$$X = \bar{X} \pm \Delta X$$

En muchos casos, no se da explícitamente el error de una medición, sino que se indica con el número de cifras significativas en el valor medido. Por ejemplo, si un cartel indica que la distancia hasta la ciudad más cercana es de 137 km , el ultimo dígito significativo (7) es incierto y la incertidumbre en este caso será de $\pm\ 1km$, por lo que dicha distancia "real" estará entre 136 y 138 km.

Nota: En este curso se informará el error con una sola cifra significativa

Ejemplos y ejercicios

1) Dadas las siguientes magnitudes medidas, indique para cada caso: a)el valor medido (xo) y el error absoluto (ΔX).b)¿Entre que valores máximos y mínimos se encuentra cada medida?

$$\boldsymbol{l = (10 \pm 0,1)\ m}$$

$$\boldsymbol{m = (0,78 \pm 0,3)\ g}$$

$$\boldsymbol{t = (1,12 \pm 0,02)\ s}$$

$$\boldsymbol{i = (100 \pm 5) mA}$$

2) Utilizando un instrumento de medición, un estudiante mide una longitud y la informa como 0,8755 m .a)¿Cuánto mide la división más pequeña del instrumento (apreciación nominal)?.b)¿Qué fracción de esa unidad ha sido capaz de estimar el estudiante. c)Indique la exactitud de la medida en milímetros

Trabajo Práctico de Ejercicios Nº1 (TPE)

Ejercicio N°1

Indique cuantas cifras significativas posee cada una de las siguientes cantidades. Luego, exprese cada cantidad en la unidad "base" según el S.I. (Donde sea necesario utilice notación científica)

a) 49,09 m b)0,023 hm c)45,0025 dm^2 d) $2{,}4 \times 10^3$ kg e)0,76 h

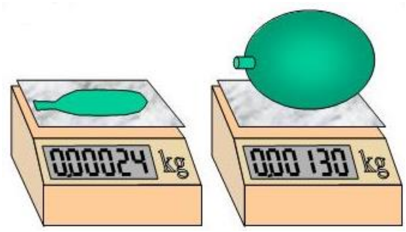
Ejercicio Nº2

Ordene de mayor a menor las siguientes cantidades, si dos masas son iguales, asigne igual lugar en su lista.

$a)\ 0{,}032\ kg \quad b)\ 15g \quad c)\ 2{,}7 \times 10^5 mg \quad d)\ 4{,}1 \times 10^{-8}\ Gg \quad e)\ 2{,}7 \times 10^5 mg$

Ejercicio Nº3

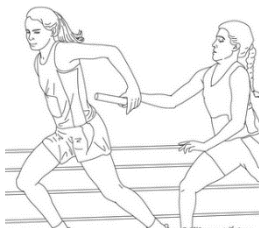
En la figura se muestra un procedimiento para obtener la masa de aire que contiene un globo, para ello se midió la masa del globo desinflado y luego inflado. a)¿Cuánta masa tiene el aire contenido en el globo?.Informe el resultado en kg y g (donde sea necesario utilice notación científica).b) Clasifique la magnitud física.



Ejercicio N°4

En una competencia de carrera por relevos, el equipo ganador recorrió las siguientes distancias:

Competidor 1: 354,25 m ; competidor 2: 275, 5 m ; competidor 3: 250,476 m . Obtenga la distancia total que recorrió el equipo ganador.



Ejercicio N°5

En un experimento para obtener la densidad de un objeto cilíndrico, se utiliza la ecuación:

$\rho = \frac{masa}{Volumen}$; Previo a calcular el volumen: $V = \pi . r^2 . l$

donde se ha medido la masa m= 0,029 kg , el radio r = 4,2 mm , y la altura L = 15,4 mm. Calcule el volumen del material y luego su densidad. (Respete reglas de c.s. y redondeo)

Ejercicio Nº6

Un año se puede suponer como π x $10^7 s$. Encuentre el error relativo porcentual para esta aproximación. (Utilice π = 3,14)

Ejercicio Nº7

La sangre de un ser humano adulto contiene el promedio de 7000 glóbulos blancos (leucocitos) x mm3 y 250 000 plaquetas (trombocitos) x mm3. Si una persona tiene un volumen de sangre de 5,0 L, estime el número total de glóbulos blancos y plaquetas en la sangre. Obtenga los resultados con dos cifras significativas.

Ejercicio Nº8

Un chorro de agua brota desde el centro de una fuente, como muestra la figura. Un turista camina a su alrededor, evitando mojarse y mide la circunferencia de la fuente en 15,0 m . A continuación el turista, parado en el borde la fuente, estima un ángulo de 60º entre la horizontal y la cima del chorro de agua. ¿Cuál es la altura de la fuente según el turista?

Ejercicio Nº9

Una habitación mide 3,80 m por 3,60 m y su techo está a 2,50m de altura. Si desea empapelar las paredes con las hojas de este cuadernillo, ¿Cuántos cuadernillos necesita?. Trabaje con dos cifras significativas y reglas de redondeo

Ejercicio Nº10

El radio de la Tierra es en promedio de $6{,}37 \times 10^6\ m$ y el de la Luna es de $1{,}74 \times 10^8\ cm$. A partir de estos datos calcule, a)La razón entre el área superficial de la Tierra y de la Luna)La relación entre el volumen de la Tierra y el de la Luna. Recuerde que el área superficial de una esfera es $4\pi . r^2$ y el volumen de una esfera es $\frac{4}{3}\ \pi . r^3$.

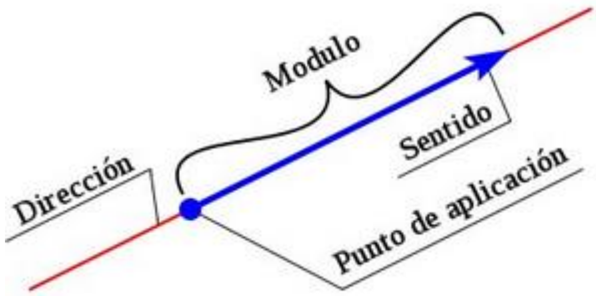
Tema Nº2: Magnitudes Escalares y Vectoriales

Si vamos a salir de paseo y deseamos conocer la temperatura en el exterior para saber cómo vestirnos, la única información que se necesita es un número y una unidad (grados Celsius y NO Grados centígrados). De este modo, se dice que la Temperatura es una **Magnitud escalar** porque se la indica con un **número y una unidad de medida.** Otros ejemplos de magnitudes escalares son la rapidez, el tiempo, la masa, etc.

Ahora bien, si usted está interesado en tomar clases de vuelo, debe conocer con precisión la velocidad del viento, esta magnitud le indica la **intensidad**, **dirección** y **sentido** del mismo. Una magnitud que se expresa de esta manera se llama **Magnitud vectorial**. Ejemplos de magnitudes vectoriales muy utilizadas en física son el desplazamiento y la fuerza. En esta unidad nos dedicaremos a las fuerzas como magnitudes vectoriales, pero antes debemos conocer algunas propiedades de los vectores:

Representación gráfica de un vector

Las magnitudes vectoriales se representan mediante **vectores**. Un vector se representa por un segmento orientado, dibujado como una flecha, como puede observarse en la figura:



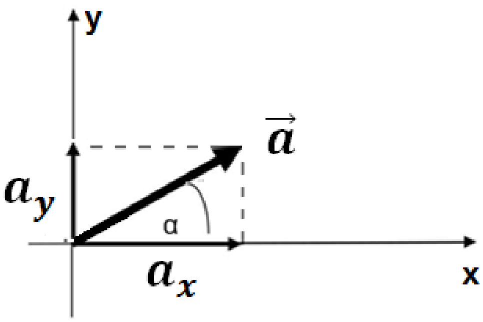
La **dirección** de la cantidad vectorial, está dada por el valor del ángulo que define la pendiente de la recta sobre la cual se "apoya" la "flecha" que la representa. El **sentido** queda definido por la "punta" de la misma. El **módulo** (intensidad o magnitud) del vector nos lo da el tamaño de dicha "flecha". Así por ejemplo, si la cantidad vectorial se duplica, la "flecha" que la representa se deberá dibujar de doble tamaño.

La representación simbólica es por ejemplo $\vec{a}$ y se lee vector a y para la gráfica se debe adoptar una escala de representación.
Si se tiene una gráfica a escala y se desea conocer el módulo del vector, se debe medir el vector con una regla y multiplicar este valor con su correspondiente unidad por la escala de representación.
El módulo de un vector se indica mediante barras de valor absoluto, es decir: $|\vec{a}|$, y se lee módulo del vector a .

Formas de expresión de vectores (Cartesiana, Polar, Poli nómica)

Los vectores pueden expresarse en tres formas: cartesiana, polar y mediante vectores unitarios. Por una cuestión de tiempo, en este curso solamente trataremos la forma de expresión cartesiana y polar.

Expresión en forma cartesiana
La forma cartesiana de un vector resulta al realizar la descomposición del mismo en sus componentes cartesianas o rectangulares, es decir las componentes del mismo en el eje x y en el eje y. Para ello se sigue una serie de pasos, por ejemplo si se desea realizar la descomposición cartesiana del vector $\vec{a}$:



Los pasos son los siguientes:
1. El origen del vector se debe hacer coincidir con el origen de un sistema de coordenadas cartesianas u ortogonales (con ejes x e y), puede observarse que el vector forma un ángulo α con el eje x

2.Se realizan las proyecciones perpendiculares del vector sobre el eje x y sobre el eje y, que se denotan como a_x y a_y

3.Se calculan estas componentes aplicando trigonometría, es decir:

$$a_x = |\vec{a}| \cos\alpha \quad (1)$$

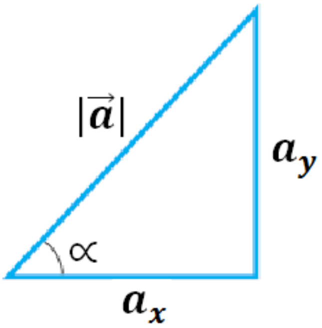
$$a_y = |\vec{a}| \sin\alpha \quad (2)$$

Las componentes resultantes de la descomposición del vector pueden utilizarse para especificar el vector, siendo a_x y a_y la componente horizontal y vertical del vector, respectivamente. El módulo del vector se define como:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(a_x)^2 + \left(a_y\right)^2} \quad (3)$$

Expresión en forma polar

En algunos casos, resulta más conveniente representar un vector a partir de sus coordenadas polares $(a, \propto)$ para nuestro ejemplo. Notemos que en este sistema de coordenadas, se requiere conocer el modulo del vector (a) y el ángulo que define su dirección $(\propto)$ medido siempre a partir del semi eje positivo x en sentido contrario a las manecillas del reloj. A partir de la figura inicial notemos que podemos extraer el triangulo rectángulo:



Usando trigonometría, obtenemos las siguientes relaciones:

$$\sin \propto = \frac{Cat.Op.}{hip.} = \frac{a_y}{|\vec{a}|} \qquad (4)$$

$$\cos \propto = \frac{Cat.ady.}{hip.} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \qquad (5)$$

$$\tan \propto = \frac{Cat.Op.}{Cat.ady.} = \frac{a_y}{a_x} \qquad (6)$$

Notemos que a partir de las relaciones anteriores, que surgen de las coordenadas polares y la trigonometría, podemos obtener las coordenadas cartesianas con un simple despeje

Importante: Si como eje de referencia para medir el ángulo polar (α en nuestro caso) se elije otro distinto al semi eje positivo x o si el sentido creciente para medir el ángulo es diferente, cambiaran las expresiones que relacionan las coordenadas.

Suma de vectores (Método de la poligonal)

Antes de repasar los procedimientos para la suma de vectores, aremos referencia al tipo de magnitud vectorial que trataremos en esta unidad "Las Fuerzas". Como toda magnitud, cuenta con una unidad de medida, para el Sistema Internacional de medidas esa unidad es el Newton (N). Al graficar una fuerza, deberemos aplicar una escala que relacione Newton y cm . Esta relación queda libre según la disponibilidad de espacio para graficar.

Dicho esto, a partir de acá no hablaremos de vectores sino de fuerzas.

Supongamos que sobre un cuerpo actúan dos fuerzas ($\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$), el resultado es una única fuerza ($\overrightarrow{R}$) llamada resultante de la suma vectorial entre $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ y se simboliza:

$$\overrightarrow{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

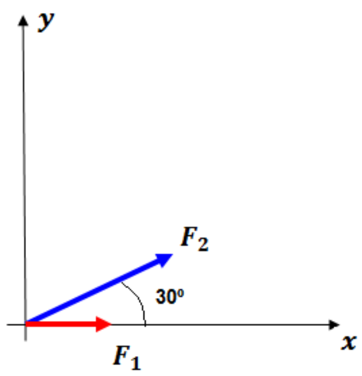
Sumar dos cantidades vectoriales (fuerzas) requiere de un proceso geométrico y no es lo mismo que sumar dos cantidades escalares como 2 + 3 = 5. Al sumar vectores, debemos seguir ciertos procedimientos analíticos y gráficos:

- **Suma de fuerzas (resolución gráfica)**

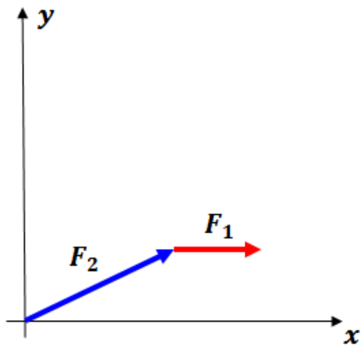
Sean las fuerzas $F_1 = (1N, 0°)$; $F_2 = (2N, 30°)$

Seguimos los siguientes pasos:

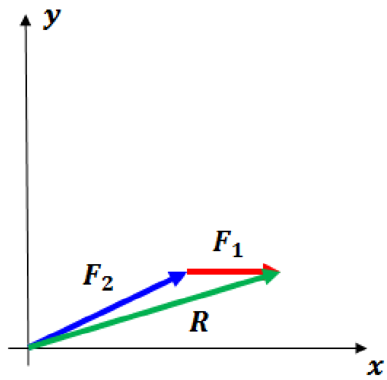
1ro: Graficamos ambas fuerzas, con una escala conveniente, sobre un sistema de ejes (x,y)



2do: Trasladamos una de las fuerzas a continuación de la otra (respetando su dirección y sentido), supongamos que decidimos trasladar F_1 a continuación de F_2 :



3ro: Por último, trazamos la fuerza resultante partiendo desde el origen del sistema coordenado y terminando en la punta de flecha de la fuerza trasladada (F_1 en nuestro caso)



4to: Para conocer la magnitud (módulo) de la fuerza resultante, simplemente debemos medirla aplicando la escala elegida, su dirección se obtiene midiendo también el ángulo comprendido entre el semi eje x positivo y la recta que la contiene.

- **Suma de fuerzas (resolución analítica)**

Para resolver en forma analítica, debemos conocer las componentes de cada fuerza, es decir, debemos expresarlas en forma cartesiana:

$$\vec{F}_1 = (1N\,, 0°\,)$$

Sus componentes serán:

$$F_{1x} = \left|\overrightarrow{F_1}\right|.\cos 0º = 1N$$

$$F_{1y} = \left|\overrightarrow{F_1}\right|.\sin 0º = 0N$$

Entonces, queda:

$$\vec{F}_1 = (1N, 0N)$$

Del mismo modo para F_2 :

$$\vec{F}_2 = (1{,}74N\,, 1N)$$

Ahora si podemos realizar la suma vectorial, que consiste en sumar las componentes correspondientes de cada fuerza, es decir:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (1N, 0N) + (1{,}74N\,, 1N) = (2{,}74N, 1N)$$

$$\vec{R} = (R_x, R_y) = (2{,}74N, 1N)$$

Para obtener el módulo de la resultante podemos utilizar la relación pitagórica (3) y para obtener el ángulo que da su dirección cualquiera de las ecuaciones (4),(5) o (6).

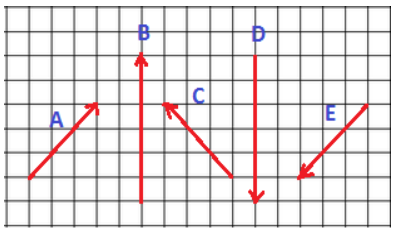
$$|\vec{R}| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = 2{,}9 \text{ N} \qquad \propto = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = 20°\ 3`$$

Nota: La resolución anterior se generaliza para tres o más fuerzas

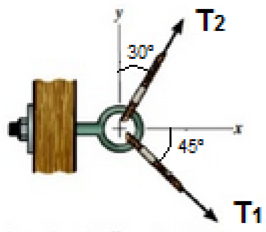
Ejemplos y Ejercicios

1._En la figura están representadas cinco fuerzas, A,B,C,D y E.

Responda:
a) ¿Qué fuerzas tienen la misma dirección?
b) ¿Qué fuerzas tienen la misma dirección y magnitud?
c) ¿Qué fuerzas tienen la misma magnitud?. Explique cómo lo sabe.
d) ¿Qué fuerzas tienen el mismo sentido?
e) Si las cinco fuerzas estuvieran aplicadas a un solo cuerpo (tienen el mismo punto de aplicación). ¿Cuál sería la fuerza resultante?



2. Un soporte fijo a una pared debe soportar la acción de dos fuerzas, una $T_1 = 8\,kN$ y $T_2 = \frac{3}{4}\,T_1$. a)Exprese en forma cartesiana ambas fuerzas b)Obtenga la magnitud y la dirección de la fuerza total que debe resistir el soporte (resuelva en forma gráfica y analítica).



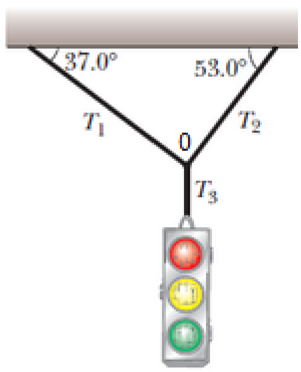
3.Tres fuerzas que actúan en un cuerpo:

Cuando la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a cero, decimos que el cuerpo está en **equilibrio.** Es el caso del semáforo de la figura, para que esté en equilibrio, las tres fuerzas deben anularse entre sí en el centro O. Se dan las fuerzas F1 y F2 en forma polar. Averigüe la magnitud (módulo) de F3 .

Donde:

$$T_1 = (75N, 143°)$$

$$T_2 = (100N, 53°)$$



Para saber más **Fuerza elástica vs fuerza peso**

- **Fuerza elástica**

Las fuerzas pueden ocasionar cambios en el estado de movimiento o de reposo de los cuerpos, pero además existe otro efecto que también se atribuye a las fuerzas, denominado deformación. Ciertos materiales poseen propiedades elásticas que les permiten deformarse, cuando una fuerza actúa sobre ellos y luego recuperar su forma original cuando la fuerza cesa. Un ejemplo de material elástico es un resorte, una banda elástica, etc.
Cuando un material presenta propiedades elásticas, decimos que cumple con la Ley de Hooke, la cual dice que al aplicar una fuerza (F) sobre un material elástico, este se deforma una longitud (x) de modo que se cumple la siguiente relación:

$$\boldsymbol{F = k.x}$$

donde *k* recibe el nombre de constante elástica del material.

En otras palabras, "*La longitud de la deformación (x)producida por una fuerza (F) es directamente proporcional a la intensidad de dicha fuerza.*"

- **Fuerza Peso**

A diferencia de la fuerza elástica, que requiere del contacto directo entre los cuerpos, la fuerza peso es una fuerza de acción a distancia, porque no requiere del contacto directo entre los cuerpos, además se trata de una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza, está presente en todos los cuerpos que tienen masa, aunque notamos su efecto solo en objetos masivos, como un planeta o una estrella.. Es importante diferenciar **masa** y **peso** , la masa es una propiedad fundamental de los cuerpos y está relacionada con la cantidad de materia que posee.

El peso de un cuerpo aquí en la Tierra, es la fuerza con que la Tierra atrae a ese cuerpo y se calcula:

$$\boldsymbol{P = m.g}$$

Donde P es el peso del cuerpo en Newton; m es la masa del cuerpo en kg ; g es la aceleración debida a la gravedad terrestre y cuyo valor se considera constante e igual a 9,8 $\frac{m}{s^2}$

Si llevamos ese cuerpo a otro planeta, tendrá otro peso según la fuerza con que ese planeta lo atrae y para calcularlo, deberemos conocer la aceleración debida a la gravedad de ese planeta.

Actividad práctica : Conteste las preguntas:

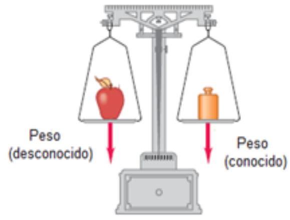
El peso de una persona en la Tierra es de 600N y la masa de la misma persona en la Luna es de 61,2 kg. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la Luna?¿Cuál es la masa de la persona en la Luna?

Actividad práctica : Conteste las preguntas:
El peso de una persona en la Tierra es de 600N y la masa de la misma persona en la Luna es de 61,2 kg. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la Luna?¿Cuál es la masa de la persona en la Luna?

Trabajo Práctico de Ejercicios Nº2 (TPE)

Ejercicio Nº1

Una balanza de brazos iguales, determina la masa de un cuerpo (como una manzana en este caso) comparando su peso con el de un objeto conocido (una pesa estandarizada). Si en la figura la balanza se equilibra al comparar el peso de una manzana con el de una pesa de 200g ¿Què masa tiene la manzana y que magnitud tiene el peso de ambos objetos?



Ejercicio Nº2

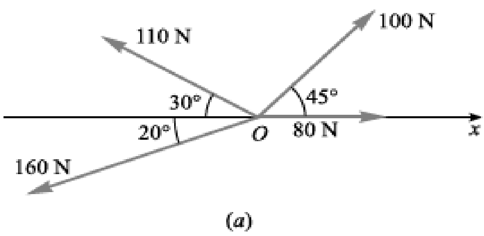
Dadas las siguientes fuerzas:

$$F_1 = (72N, 30°)\ ;\ F_2 = (40N, 90°)\ ;\ F_3 = (56N, 125°)$$

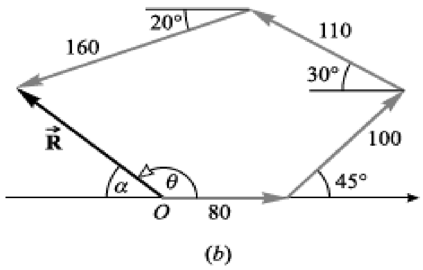
a)Obtenga la mejor escala para graficarlas (utilice una sola escala y un solo diagrama de fuerzas)
b)Sume gráficamente y analíticamente
c)Exprese en forma cartesiana las tres fuerzas y la resultante.

Ejercicio Nº3

Cuatro fuerzas actúan sobre un cuerpo en el punto O, sus magnitudes y direcciones se muestran en la figura (a). Obtenga en forma gráfica la resultante de este sistema e informe su magnitud y dirección en forma cartesiana. Como ayuda se muestra en (b) el procedimiento gráfico de la poligonal (Usted debe elegir otra fuerza para iniciar el proceso).



(a)



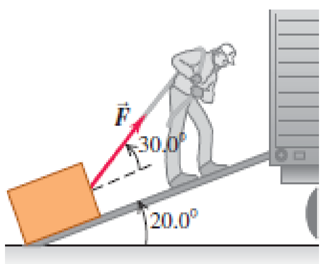
(b)

Ejercicio Nº4

Dos fuerzas tienen la misma magnitud (módulo) F . ¿Qué ángulo hay entre los dos vectores si su resultante tiene magnitud a)2F ? ; b)$\sqrt{2}$ F ? ; c)cero? . Dibuje los tres vectores en cada situación.

Ejercicio Nº5

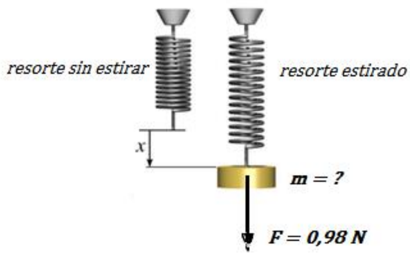
Un trabajador arrastra hacia arriba una caja por la rampa de un camión de mudanzas. La rampa tiene una inclinación de 20° con la horizontal y el hombre tira con una fuerza ***F*** cuya dirección forma un



ángulo de 30° con la rampa (ver figura). a)¿Qué magnitud debe tener la fuerza $\boldsymbol{F}$ para que la componente F_x paralela a la rampa sea de 60N? b)¿Qué magnitud tendrá entonces la componente F_y perpendicular a la rampa?

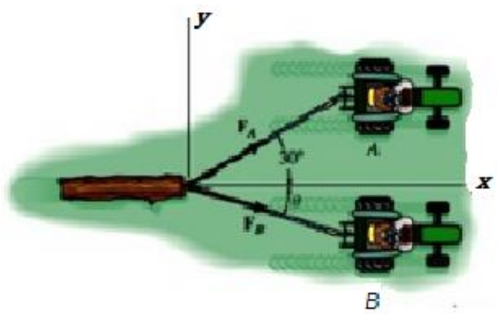
Ejercicio Nº6

Según la ley de Hooke, un material elástico experimenta una deformación (estiramiento en este caso) a medida que se le aplica una fuerza F . Si el resorte de la figura tiene una constante elástica $k = 50\,\frac{N}{m}$ y si la pesa le aplica una fuerza de 0,98 N a)¿cuál es el estiramiento del resorte en cm? b)¿Cuál es la masa de la pesa?



Ejercicio Nº7

Dos trabajadores del campo transportan un tronco utilizando dos tractores (A y B) que ejercen las fuerzas $\boldsymbol{F_A}$ y $\boldsymbol{F_B}$ respectivamente por medio de cuerdas. Si la fuerza resultante de este sistema actúa sobre el eje (x) y tiene magnitud $R = 10\ kN$ ¿Cuál es el módulo de las fuerzas si están relacionadas por $F_A = \frac{3}{4}\,F_B$ y el ángulo $\theta = 22°$? (**Sugerencia:** Construya ecuaciones e identifique incógnitas)



Ejercicio Nº8

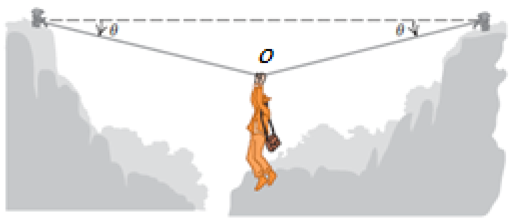
Un arqueólogo debe cruzar entre dos riscos colgado de una cuerda, se detiene a descansar a la mitad del recorrido (ver figura). En esa situación se encuentra en <u>"equilibrio"</u> y cada tramo de la cuerda ejerce una fuerza de igual magnitud. Si el ángulo $\theta = 10°$ y el arqueólogo tiene una masa de 90kg, obtenga:

a)El peso del arqueólogo

b)Grafique las fuerzas que actúan en el punto O

c) El módulo de la fuerza de cada cuerda

d)¿Si el ángulo θ aumenta, la fuerza de la cuerda aumenta o disminuye? Corrobore con cálculos



Tema Nº3: Movimiento rectilíneo en una dimensión

En este tema abordaremos conceptos relacionados con el movimiento de los cuerpos, tales como desplazamiento, trayectoria, distancia, tiempo, velocidad y aceleración. Pero antes de repasar cada uno de ellos, es necesario lograr un acuerdo en cuanto a ¿qué es el movimiento?...

Físicamente, definimos el **movimiento** de un cuerpo, como el **cambio en la posición** con respecto a un punto o **sistema de referencia**, dicho cambio en la posición se produce a lo largo de un camino o **trayectoria**.

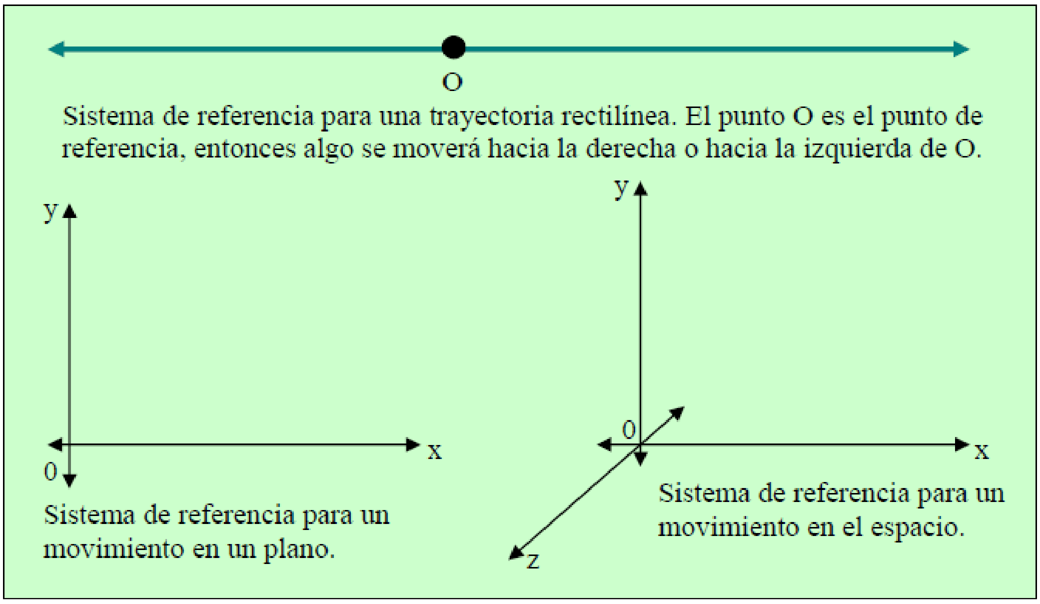
Podemos encontrar diferentes clasificaciones para los movimientos de los cuerpos, pero en este curso nos dedicaremos a analizar solo los movimientos rectilíneos.

Sistemas de referencias

Dijimos que el movimiento es el cambio en la posición de un cuerpo con respecto a un punto o sistema de referencia. ¿Qué quiere decir esto?... Pensemos, por ejemplo, en un colectivo que se acerca a la parada. Si usted está en la parada, observará que va disminuyendo la distancia entre el colectivo y usted. En este caso, puede decir que el colectivo y la gente que viaja en él se están moviendo. Pero si usted va dentro del colectivo, parecería que ni usted, ni el conductor, ni los demás pasajeros se estuvieran moviendo. Más bien, que todos están cómodamente sentados, y que lo que aparentemente se acerca son la parada y la gente que espera ahí.

De manera natural nos fijamos en las posiciones de un objeto <u>respecto al suelo</u> para decir si se movió o no. Sin embargo, el estado de movimiento o de inmovilidad de un cuerpo depende de quién lo observa y del lugar donde se encuentre el observador. Es decir, el movimiento depende del **sistema de referencia** elegido. Un observador dice que un objeto está en movimiento cuando la posición del objeto, con respecto al sistema de referencia del observador, varía en función del tiempo.

Si el movimiento es en línea recta, bastará un punto de esa línea para usarlo como referencia. Pero si el movimiento es en un plano, o en el espacio, es recomendable usar un sistema de coordenadas.



Distancia, desplazamiento y trayectoria

Sabemos por geometría que la distancia más corta entre dos puntos es la recta que los separa. Sin embargo, en la vida diaria y en la mayoría de las ocasiones, para ir de un lugar a otro, no es posible hacerlo a través de la recta que los une y es necesario tomar caminos diferentes; cada uno de ellos suelen tener longitudes distintas. Es así como, en una ciudad, es común utilizar algún medio de transporte para trasladarse, y según las distancias que hay que recorrer y el sentido de las calles, puede que el camino que toma un vehículo de ida sea diferente al que toma de regreso. En otros, sin embargo, por transitar a lo largo de calles de doble sentido puede recorrerlas sin cambiar de ruta, pero lo hace en sentido opuesto al retornar.
Resulta necesario distinguir entre el camino recorrido o trayectoria y el desplazamiento, ya que para la descripción de un movimiento esta diferencia es realmente importante.

La **trayectoria** es la *línea continua por la cual un cuerpo se mueve*, por lo tanto, esta puede ser recta, curva o enredarse sobre sí misma, ya que el objeto puede pasar varias veces sobre el mismo punto. *A la longitud de la trayectoria la denominaremos **distancia recorrida*** (**d**), tiene unidades de longitud y se trata de una magnitud "escalar". **Siempre es positiva.**

El **desplazamiento** de un cuerpo se designa $\overrightarrow{\Delta r}$, se trata de una magnitud vectorial que mide el "cambio en la posición" de un cuerpo. El vector se origina en la posición inicial del movimiento y la punta de flecha marca la posición final. Como toda magnitud vectorial, debe indicar: Módulo, dirección y sentido.

Para nuestro caso de movimiento unidimensional designaremos $\overrightarrow{\Delta x}$ al desplazamiento, que podrá ser positivo o negativo. *El signo del desplazamiento da cuenta del sentido del movimiento, ya que este es una magnitud vectorial*. Para calcularlo, usamos la ecuación:

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_f} - \boldsymbol{x_i}}$$

donde: Δx *es el desplazamiento*

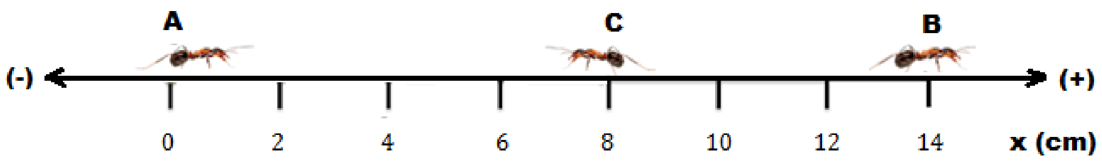
X_i *es la posición inicial del movimiento*

X_f *es la posición final del movimiento*

Es decir, el desplazamiento indica la longitud desde el punto de partida hasta el punto de llegada, siempre a lo largo de una línea recta, no importa el tipo de trayectoria que siga el cuerpo

Veamos un ejemplo aclaratorio:

Una hormiga camina por una rama recta en busca de comida, parte desde la posición A, llega hasta B y luego retorna hasta C. a) ¿Qué distancia recorrió? . b)Según el sistema de referencia utilizado, ¿Cuál fue su desplazamiento?.

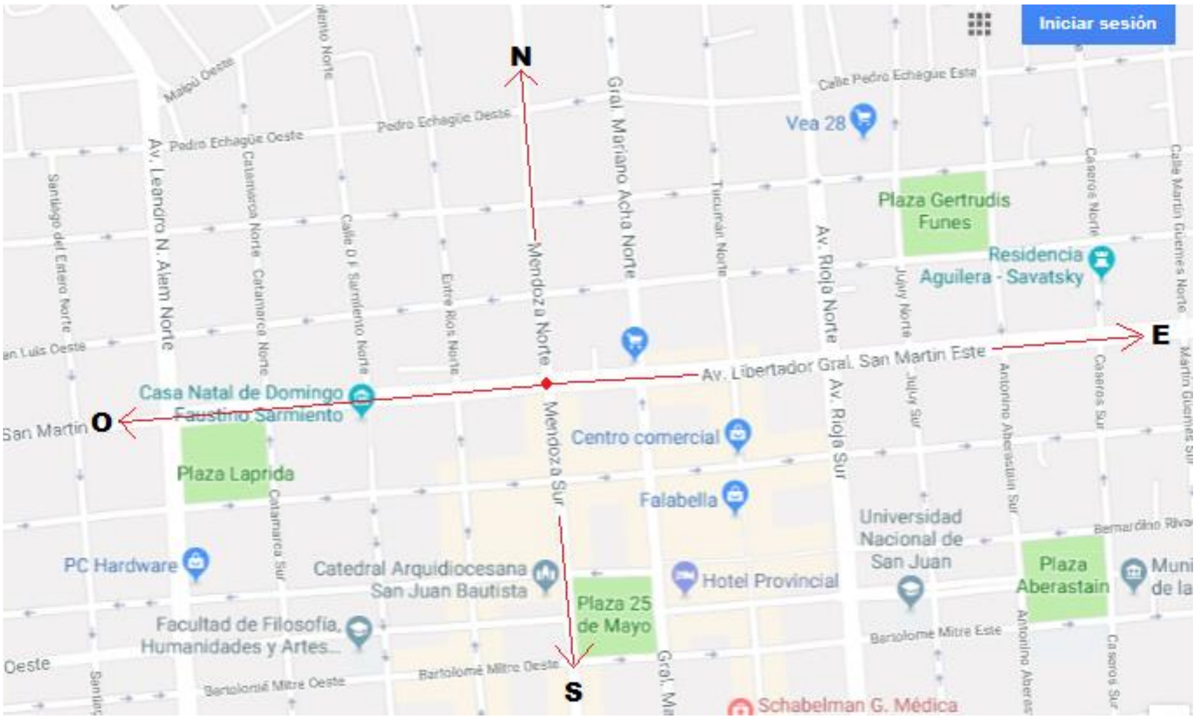


c)Cambia el origen del sistema de referencia y colócalo en la posición 4cm. Calcula nuevamente la distancia y el desplazamiento. ¿qué puedes concluir?

Para saber más **El movimiento nuestro de cada día**

Todos hemos caminado por las calles de nuestra ciudad capital, independientemente del motivo que nos lleva a hacerlo, nos sirve de guía o referencia el nombre de las calles y la numeración de las mismas. Dicha numeración tiene un origen central en el cruce de Av. Libertador Gral. San Martín y calle Mendoza. Se trata de un Sistema de referencia de dos dimensiones, esto es así porque realizamos movimientos en el plano de la superficie terrestre.

Cada movimiento de los transeúntes está limitado a la cuadrícula de las calles, en general cada cruce entre calles tiene una longitud de 100m (una cuadra)



Actividad práctica: La imagen anterior es una captura digital de Google Maps. Utilice el sistema de referencia para obtener la distancia recorrida y el desplazamiento de una persona que camina desde la esquina Aberastain y San Luis hacia el sur hasta Aberastain y Rivadavia.

Velocidad media o promedio

El concepto cotidiano de velocidad surge cuando apreciamos la rapidez o lentitud con que se mueve un cuerpo. De alguna manera relacionamos el desplazamiento realizado con el tiempo en que realizamos ese desplazamiento.
La velocidad media de un cuerpo que se mueve entre dos puntos P1 y P2 se define como el cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo en que transcurre el desplazamiento. Su expresión viene dada por:

$$\boldsymbol{v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}} \qquad \textbf{(1)}$$

Donde Δx es el desplazamiento que ocurre en el intervalo de tiempo Δt

La velocidad tiene unidades de longitud divididas en unidades de tiempo. En el SI será: $\frac{m}{s}$

Debemos destacar que la velocidad media sólo nos proporciona el comportamiento promedio durante el intervalo de tiempo Δt. Además, se trata de una magnitud vectorial y por lo tanto informa una dirección y sentido (del movimiento).

A partir de la ecuación (1) que nos da la magnitud de la velocidad media, podemos obtener las ecuaciones del desplazamiento y el tiempo:

$\boldsymbol{\Delta x} =$ …………….. **(2)** $\boldsymbol{\Delta t} =$ …………… **(3)**

Ejemplo:
El último campeón mundial de duatlón, Emilio Martin, se encuentra realizando su entrenamiento diario. Se dirige en bicicleta por una carretera recta durante 20 km y los realiza en 45 min , pero debido a un percance en su rueda delantera debe parar y caminar hasta la estación de servicio más cercana, que se encuentra a 500 m. Este último tramo lo realiza en 10 min ¿Cuál fue la velocidad promedio del deportista desde el momento en que arrancó su entrenamiento en bicicleta hasta que llegó a la estación de servicio?

Para poder calcular la velocidad promedio es necesario conocer el desplazamiento total realizado por el deportista (Δx) así como el intervalo de tiempo que le llevó realizar dicho desplazamiento (Δt). Estas magnitudes con sus respectivas unidades del SI, serán:

$\boldsymbol{\Delta x = 20000\ m + 500\ m = 20500 m}$
$\boldsymbol{\Delta t = 2700\ s + 600\ s = 3300\ s}$
Luego, según la definición de velocidad promedio tendremos:

$$\boldsymbol{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20500\ m}{3300\ s} = 60,75\ \frac{m}{s}}$$

Velocidad instantánea

Si bien la velocidad media puede ser útil al considerar el comportamiento total de una partícula o un móvil en un determinado intervalo, para describir los detalles de su movimiento no es particularmente útil. Para esto existe el concepto de velocidad instantánea que nos permite conocer la velocidad de un móvil o partícula en un punto exacto de su trayectoria. En la vida cotidiana podemos observar la magnitud de la velocidad instantánea, por ejemplo en el velocímetro de un automóvil.

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Se trata del movimiento màs sencillo de describir, como su nombre lo indica es **rectilíneo**, es decir que la trayectoria que sigue es una línea recta. Es **uniforme,** porque tiene la condición de que la **velocidad** debe ser **constante** o uniforme, como la velocidad es una magnitud vectorial, para que sea constante no debe cambiar su modulo, dirección y sentido.

En resumen:

El modulo de la velocidad es constante cuando:

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta \boldsymbol{t}}$$

Debe ser el mismo

En el mismo tiempo

Para que sea constante

La **dirección** y el **sentido** se mantienen constantes por la condición de **rectilíneo**

Ecuaciones de movimiento:

La ecuación que representa el desplazamiento del móvil se obtiene a partir de:

$\Delta x = v.\Delta t$ (2) (Ecuación obtenida a partir de la definición de velocidad)
$\Delta x = x_f - x_i$ (Ecuación que define al desplazamiento de un cuerpo)
$x_f - x_i = v.\Delta t$ (Igualamos)

$\boldsymbol{x_f = x_i + v.\Delta t}$ (Despejamos la posición final del cuerpo)

Referencias:
x_f : Posición final ; x_i : posición inicial ; v : velocidad (constante)

Δt : Intervalo de tiempo empleado por el cuerpo en desplazarse desde x_i hasta x_f

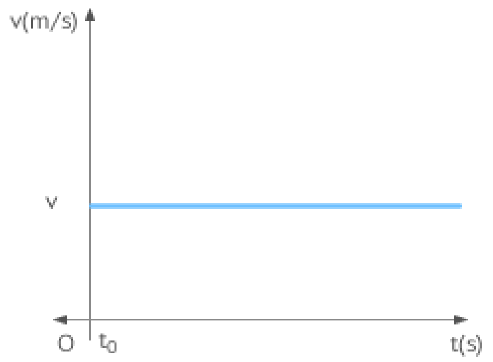
Gráficas de Posición y velocidad para MRU

Como podemos observar, se trata de una relación lineal, donde el valor de la pendiente de la recta es la velocidad. Gráficamente:

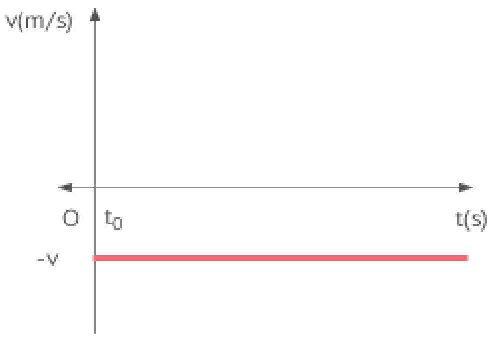
Las graficas de movimiento nos proporcionan información del movimiento del cuerpo, se realizan en un sistema de ejes coordenados y para M.R.U. tenemos gràficas de Velocidad y posición:

- **Gráfica de Velocidad en función del tiempo v(t)**

En el eje de abscisas (horizontal) graduamos el tiempo y en el eje vertical marcamos la velocidad, que por ser constante (no cambia) su gráfica será una línea continua paralela al eje horizontal.



velocidad positiva

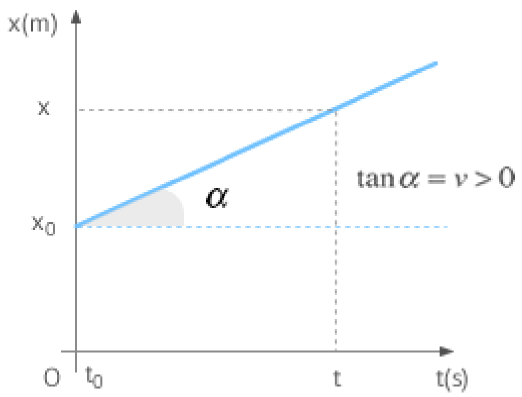


velocidad negativa

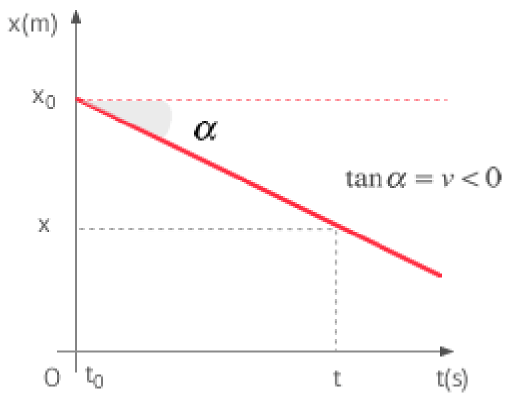
Importante: Que la velocidad sea positiva o negativa depende del sistema de referencia elegido.

- **Gráfica de la posición en función del tiempo x(t)**

En este caso, la posición del cuerpo cambia , por la definición misma de movimiento, pero de acuerdo con la ecuación de la posición: $\boldsymbol{x_f = x_i + v.\Delta t}$ ese cambio es en forma **lineal**



velocidad positiva



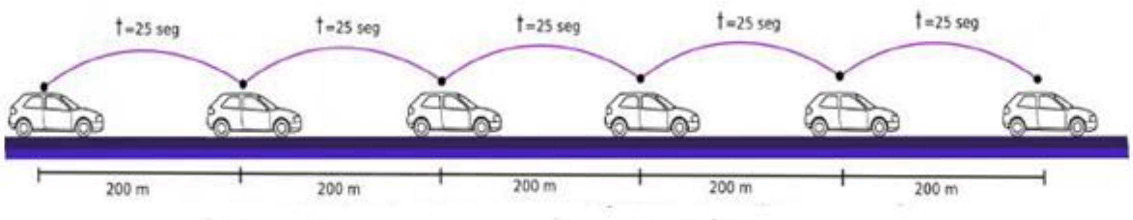
velocidad negativa

Importante: que la tangente sea positiva o negativa implica que el movimiento avanza en el tiempo o retrocede.

Como vemos en las gráficas anteriores, al calcular la pendiente de la recta podemos determinar el valor de la velocidad del móvil, sea esta positiva o negativa. También a partir de la gráfica de velocidad, podemos llegar a construir la grafica de posición con ayuda de cálculos sencillos.

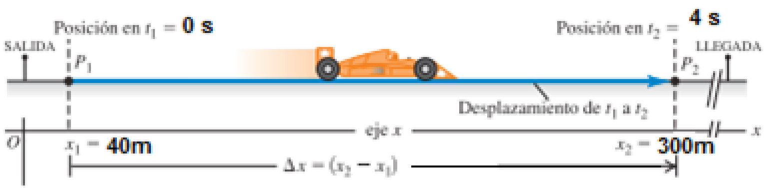
Ejemplo aclaratorio:

Vamos a construir las gráficas de velocidad y posición a partir de un ejemplo. En la figura se detalla el MRU de un auto. Notemos que se detallan cinco intervalos iguales en desplazamiento y tiempo:



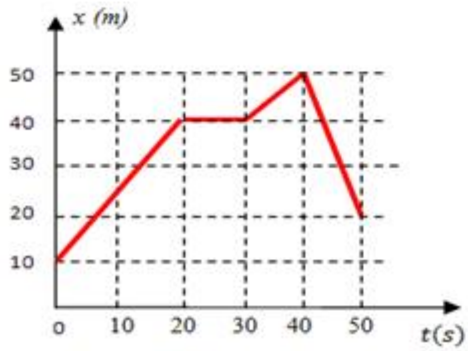
Ejercicios

1) Un auto de fórmula uno recorre un tramo recto de un circuito de carreras, en el dibujo se muestran las posiciones inicial y final del movimiento en el cual mantuvo una velocidad constante. a)Calcule el desplazamiento del auto (módulo) b)Obtenga la velocidad durante ese tramo si tardó 4s en recorrerlo. Exprese en km/h



2) Realice la gráfica de posición y velocidad para un cuerpo que se mantiene inmóvil a 5m del origen del sistema de referencia durante un tiempo de 50 segundos.

3)La siguiente gráfica representa el movimiento de una persona:



a) Para los siguientes intervalos de tiempo, diga si "avanza con MRU" ; " se detiene" ; regresa con MRU

a₁)0 s a 20 s ....

a₂) 20 s a 30 s ....

a₃) 30 s a 40 s ....

a₄) 40 s a 50 s ....

b) Calcule la velocidad en cada intervalo

c) Calcule la distancia total recorrida y el desplazamiento

Trabajo Práctico de Ejercicios Nº3 (TPE)

Ejercicio Nº1

Un caracol desea llegar a las plantas de un jardín, para ello debe subir por una pared vertical de 5m de altura. Lo hace subiendo 2m durante el día y bajando 1m durante la noche. Considere 12h para el día y 12h para la noche , conteste:

a) ¿Cuál es el tiempo en horas que tarda en llegar a lo alto de la pared?
b) ¿Qué distancia total recorre hasta lograrlo?
c) ¿Cuál fue su desplazamiento? Recuerde que es un vector
d) Calcule la velocidad media para todo el recorrido.

Ejercicio Nº2

La carrera de maratón consta de 42 km aproximadamente. Un corredor de maratón tarda 2 horas y 40 minutos en llegar a la meta. ¿Cuál ha sido la velocidad de este corredor suponiendo que corriera siempre a la misma velocidad?

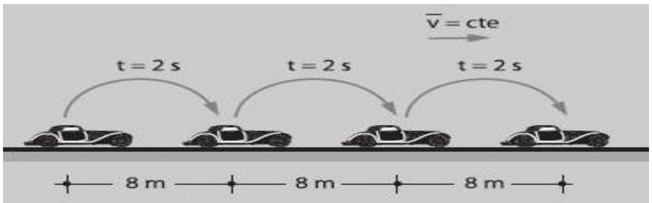
Ejercicio Nº3

Un automóvil pasa por una ciudad con una velocidad de 85 Km/h que suponemos constante y a lo largo de todo un trayecto rectilíneo. Se pide:

a) el tiempo necesario en recorrer 95 Km.
b) El desplazamiento a los 45 min de viaje.

Ejercicio Nº4

Un auto antiguo de exposición recorre un tramo recto de una ruta durante una competencia de regularidad. El detalle del tramo se muestra en la figura:



a) Confecciona un gráfico de posición (x) en función del tiempo (t) para el movimiento del auto.
b) Calcula y grafica su velocidad.
c) Utilizando las gráficas, contesta:
c.1¿Cuánto tiempo demoró el auto en alcanzar 12 metros?
c.2 ¿Qué distancia recorrió al cabo de 5 segundos?

Ejercicio Nº5

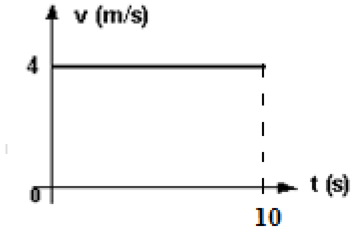
En la gráfica se representa la velocidad constante de un cuerpo que se mueve con M.R.U. Si el movimiento tuvo una duración de 10 segundos:

a)Determine las posiciones para los tiempos:

$t_1 = 2s$; $t_2 = 4s$; $t_3 = 6s$

$t_4 = 8s$; $t_5 = 10s$

(Elabore una tabla) y Grafique X(t).



b)Utilizando la gráfica obtenga el tiempo que le llevará recorrer 60 metros

Ejercicio Nº6

La casa de Juan, está distanciada 900m (9 cuadras) de la casa de Diana. Ambos son compañeros de colegio. Juan, caminando con velocidad constante, tarda 10min en llegar a la casa de Diana; cierto día, Juan ha quedado con Diana en juntarse a las 9h, para estudiar Física, pero se le ha hecho tarde y decide irse en bicicleta a una velocidad constante de 2,5 m/s para llegar justo a las 9h.

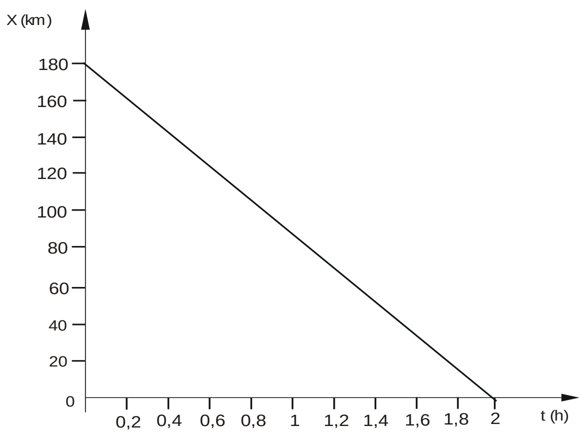
a) ¿Qué velocidad desarrolla Juan, caminando, hasta la casa de Diana?
b) Cuando se le hizo tarde, ¿Qué hora marcaba el reloj cuando Juan salió de su casa?
c) Realice las gráficas de velocidad, para Juan caminando y en bicicleta.
d) Realice las gráficas de posición, para Juan caminando y en bicicleta. ¿Qué representa la inclinación de ambas gráficas?.

Nota: Trabaje en las unidades correspondientes al S.I.

Ejercicio N°7

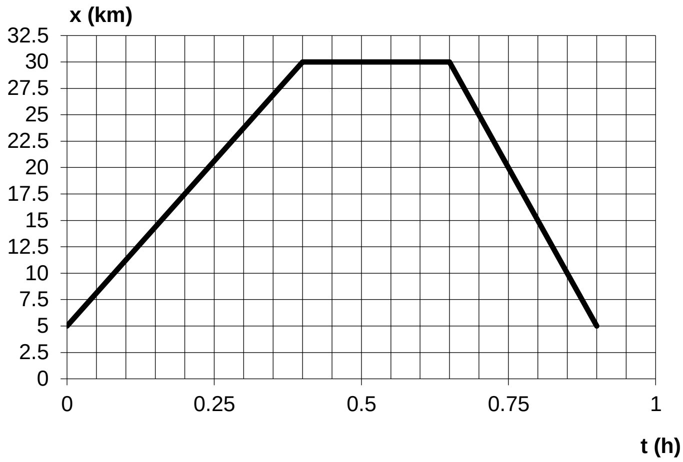
-Un automovilista viaja desde Mendoza hasta san Juan (Distancia aproximada 180 km). Utilizando el gráfico que representa esta situación, conteste:

a- ¿Qué tiempo emplea para realizar el viaje?
b- ¿Cuántos kilómetros ha recorrido cuando llevaba 1h de viaje?
c- ¿Qué velocidad desarrolla?. Exprésela en (m/s) y realice la gráfica V(t).
d- Realice la gráfica X(t) pero tomando la Ciudad de Mendoza como origen del sistema de referencia.



Ejercicio Nº8

El siguiente gráfico representa el movimiento de un hombre que viajaba desde su casa hasta Valle Fértil. Partió desde su casa, a cinco kilómetros de la plaza 25 de mayo (kilómetro 0), y al llegar a Caucete se dio cuenta que no traía los papeles del auto. Luego de buscarlo durante 15 minutos emprende la vuelta hacia su casa.



Determina:

a) Indique el tipo de movimiento en cada tramo

b) ¿A qué distancia se encuentra Caucete de la casa del hombre?

c) La distancia total recorrida.

d) La velocidad en el trayecto San Juan – Caucete

e) La velocidad en el trayecto Caucete – San Juan

Universidad Nacional de San Juan

Facultad de Filosofía Humanidades y Artes

Departamento de Física y de Química

<u>Curso de Ingreso 2018</u>

"Profesorado en Física"

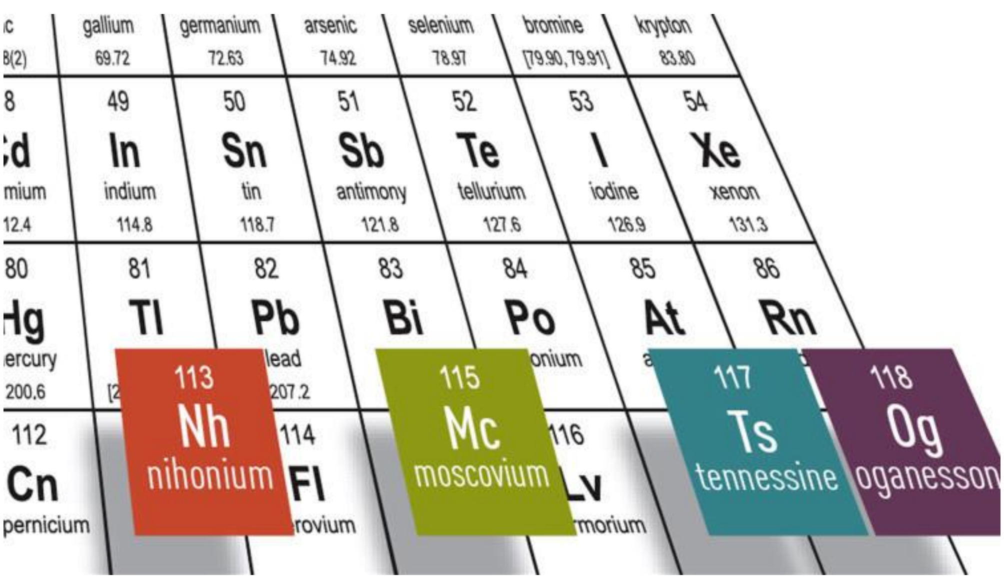
"Profesorado en Química"

"Profesorado en Tecnología"

Área: "Química"

Docente a cargo: **Mg. Sebastián Carrera**

Apoyatura: **Brian G. Carrizo – Deidamia Paredes**



UNIDAD Nº 1: CONCEPTOS GENERALES

La Química es la ciencia que estudia la materia, sus propiedades y los cambios que se producen en ella.

Algunas definiciones importantes:

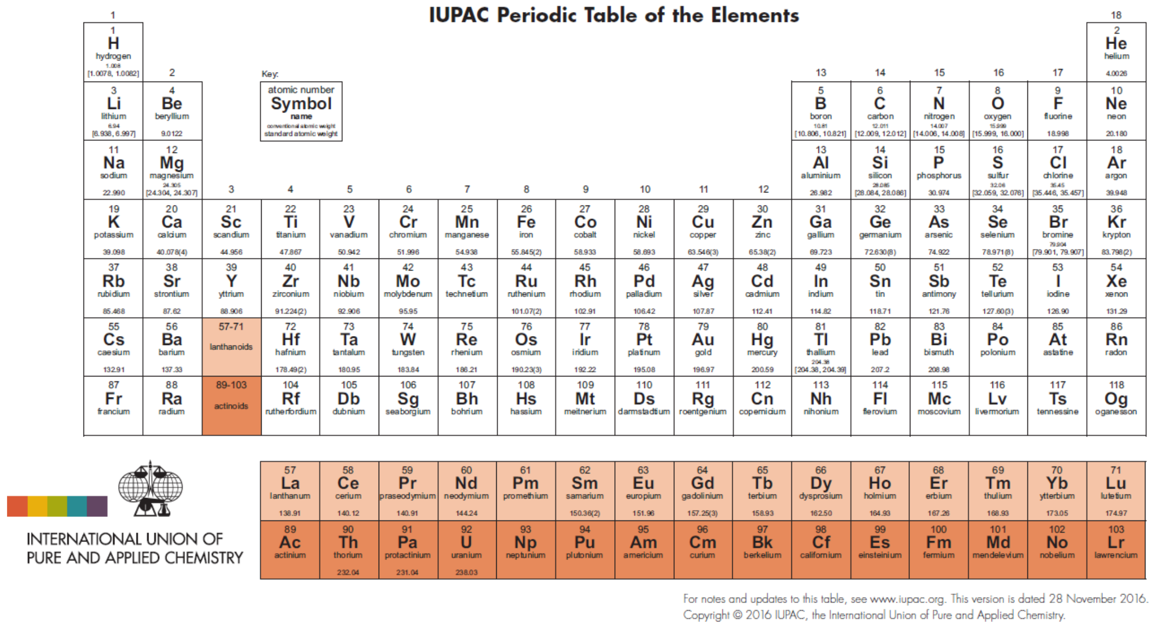
- ***Materia***: Es todo lo que ocupa un lugar en el espacio y tiene masa. Incluye todo lo que podemos ver y tocar (agua, tierra, arboles, etc.) y lo que no podemos ver ni tocar (ej. aire).

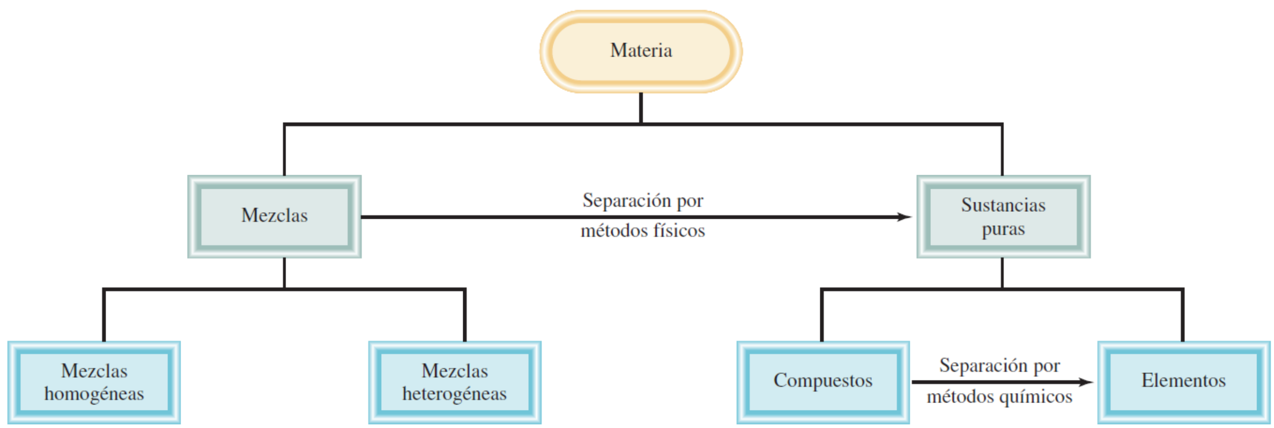
Es posible realizar diversas clasificaciones de la materia tomando como base su clasificación y propiedades. Podemos mencionar:

- ***Sustancia:*** Es un tipo de materia que posee composición definida y propiedades distintivas. Son ejemplos el agua, el amoniaco, el oro, el azúcar de mesa.

- ***Mezcla:*** Es una combinación de dos o más sustancias en las que estas conservan sus propiedades. Las mezclas pueden ser ***homogéneas*** cuando la composición de la misma es uniforme o ***heterogéneas*** cuando su composición no es uniforme. Cualquier mezcla sea homogénea o heterogénea se puede formar y luego separar por métodos físicos en sus componentes puros sin cambiar la identidad de tales componentes.

Las sustancias pueden ser ***elementos*** o ***compuestos***. Los elementos son sustancias que no se pueden separar en otras más sencillas por métodos químicos. Hasta el momento se han descubierto 118 elementos. Todos elementos existentes, naturales o creados a partir de reacciones nucleares, se encuentran en la *Tabla Periódica de los elementos Químicos.* Los compuestos son sustancias formadas por átomos de 2 o más elementos unidos químicamente en proporciones fijas ***(más adelante desarrollaremos los conceptos de átomo y la descripción de la Tabla Periódica).***





PROPIEDADES DE LA MATERIA

Cualquier característica que sea susceptible de usarse para describir o identificar a la materia se denomina *propiedad*. Las mismas pueden clasificarse en:

- *Propiedades Intensivas:* Son aquellas propiedades que no dependen de la cantidad de materia. La densidad (δ), que se define como la cantidad de masa de una sustancia o de una solución que está contenida en una unidad de volumen, es una propiedad intensiva. También lo es la temperatura. El punto de fusión, punto de ebullición; calor específico; índice de refracción; color, olor, sabor; coeficiente de solubilidad entre otras, sus valores medidos no son aditivos; es decir, que no dependen de la cantidad de materia. Estas propiedades intensivas de la materia son expresables cuantitativamente y se miden con exactitud en el laboratorio; tienen valores definidos y constantes para cada sustancia. Estas propiedades se denominan constantes físicas y permiten diferenciar las distintas sustancias con mucha certeza.

- *Propiedades Extensivas:* El valor medido de una propiedad extensiva depende de la cantidad de materia que se considere. La masa, que es la cantidad de materia en una muestra dada de una sustancia, es una propiedad extensiva. Más materia, significa más masa. El volumen, que se define como la longitud elevada al cubo, es otra propiedad extensiva. Los valores de una misma propiedad extensiva, pueden sumarse. Son otros ejemplos de propiedades extensivas la longitud y el peso.

- *Propiedades Físicas:* Son aquellas que se pueden medir y observar sin que se modifique la composición de la sustancia. El agua difiere del hielo sólo en su aspecto, no en su composición, de modo que se trata de un cambio físico; es posible congelar el agua para obtener de nuevo hielo. De esta manera, el punto de fusión de una sustancia es una propiedad física.

- *Propiedades químicas:* Una propiedad química es aquella donde ocurre un cambio químico; es decir, hay una reorganización en la composición de una sustancia para formar otra/s sustancia/s de características diferentes. Las propiedades químicas se estudian observando el comportamiento de la sustancia cuando se la coloca en contacto con otras bajo diversas condiciones o por acción de energía externa o fuente de calor, como por ejemplo un mechero, luz, radiación. Las propiedades químicas, se asocian a las reacciones químicas.

Propiedades físicas		Propiedades químicas
Temperatura		Oxidación (del hierro)
Color	Olor	Combustión (de la gasolina)
Punto de fusión	Solubilidad	Ennegrecimiento (de la plata)
Conductividad eléctrica	Dureza	Fraguado (del cemento)

MEDICIONES Y UNIDADES DE MEDIDA

La química es una ciencia experimental. Pero si nuestros experimentos han de ser reproducibles, debe ser posible describir por completo las sustancias con las que trabajamos: sus masas, volúmenes, temperaturas, etcétera. En consecuencia, uno de los requerimientos más importantes en la química es que tengamos una forma de medir las cosas. Una cantidad medida suele describirse como un número con una unidad apropiada. Afirmar que la distancia en automóvil entre San Juan y Buenos Aires por cierta ruta es de 1162 no tiene sentido. Se requiere especificar que la distancia es de 1162 Km. Lo mismo es válido en química; las unidades son esenciales para expresar correctamente las mediciones.

Por acuerdo internacional, pactado en 1960, científicos de todo el mundo ahora usan el Sistema Internacional de Unidades (se abrevia SI por la expresión francesa Système International d'Unités) para medir. El SI se basa en el sistema métrico, que es utilizado en todos los países industrializados del mundo excepto en Estados Unidos y tiene siete unidades fundamentales. Estas siete unidades y otras derivadas de ellas pueden utilizarse en todas las mediciones científicas.

Cantidad física	Nombre de la unidad	Abreviatura
Masa	kilogramo	kg
Longitud	metro	m
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Intensidad luminosa	candela	cd

Medición de la masa

La masa se define como la cantidad de materia que tiene un objeto. La unidad de Masa en el SI es el ***Kilogramo (Kg)***. Como esta unidad es demasiado grande para muchas mediciones en química, se utilizan con mayor frecuencia el ***gramo (g)***, ***miligramo (mg)*** y el ***microgramo (µg)***.

1 ***Kg*** = 1000 ***g*** = 1.000.000 ***mg*** = 1.000.000.000 ***µg***

1 ***g*** = 1000 ***mg*** = 1.000.000 ***µg***

Los términos "**masa**" y "**peso**", aunque se usan con frecuencia en forma indistinta, tienen significados muy diferentes. La *masa* es una propiedad física que mide la cantidad de materia que hay en un objeto, mientras que el *peso* mide la fuerza con la que la gravedad atrae a un objeto. La masa es independiente de la ubicación de un objeto; por ejemplo, su cuerpo posee la misma cantidad de materia ya sea que usted esté en la Tierra o en la Luna. Sin embargo, el peso *sí* depende de la localización del objeto.

En el mismo lugar de la Tierra, dos objetos con masas idénticas tienen pesos iguales, es decir, los objetos experimentan una atracción idéntica por parte de la gravedad del planeta. Por ello, la masa de un objeto se puede medir si se compara su peso con el de un estándar de masa conocida. Gran parte de la confusión entre masa y peso se debe tan sólo a un problema de lenguaje: decimos que estamos "pesando" algo cuando en realidad queremos expresar que estamos midiendo su masa por medio de comparar dos pesos.

Medición de la Longitud

El ***metro (m)*** es la unidad estándar de longitud en el SI. Aunque en 1790 se definió por primera vez como la diezmillonésima parte de la distancia que hay entre el ecuador y el Polo Norte, el metro se redefinió en 1889, como la distancia entre dos líneas delgadas que hay en una barra hecha de platino e iridio, que se guarda en París, Francia. Dada la creciente necesidad de precisión, el metro se redefinió de nuevo en 1983, como la distancia que viaja la luz a través del vacío en un tiempo de 1/299.792.458 segundos. A pesar de que esta nueva definición no es tan fácil de entender como lo es la distancia que hay entre dos rayas en una barra, tiene la gran ventaja de que es un valor que no se altera con el tiempo.

Otras unidades de medida comunes para la longitud son el ***centímetro (cm)***, el ***milímetro (mm)***, el ***micrómetro (µm)*** y el ***nanómetro (nm)*** entre otros.

$$\boxed{1\ \boldsymbol{m} = 100\ \boldsymbol{cm} = 1000\ \boldsymbol{mm} = 1.000.000\ \boldsymbol{\mu m} = 1.000.000.000\ \boldsymbol{nm}}$$

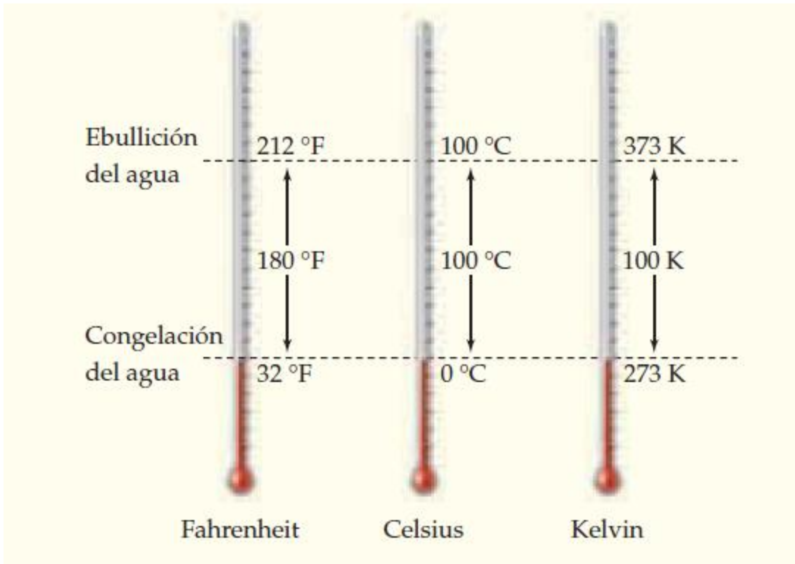
Medición de la Temperatura

En el trabajo científico, el **kelvin (K)** es una de las unidades más utilizadas. (Nótese que sólo decimos "kelvin", y no "grado kelvin"). Para fines prácticos, el kelvin y el grado Celsius son lo mismo: los dos son la centésima parte del intervalo entre el punto de congelación y el de ebullición del agua a presión atmosférica estándar. La única diferencia real entre esas dos unidades es que los números asignados a varios puntos en las escalas difieren. Mientras que la escala Celsius asigna un valor de 0 °C al punto de congelación del agua y de 100 °C al de ebullición, la escala Kelvin asigna un valor de 0 K a la temperatura más fría posible, -273.15 °C, que en ocasiones recibe el nombre de *cero absoluto*. Así, 0 K = - 273.15 °C y 273.15 K = 0 °C. Por ejemplo, un día cálido de primavera con una temperatura de 25 °C tiene una temperatura Kelvin de 25 + 273.15 = 298 K.

Temperatura en K = Temperatura en °C + 273.15

Temperatura en °C = Temperatura en K - 273.15

En contraste con las escalas Kelvin y Celsius, la escala Fahrenheit especifica un intervalo de 180° entre el punto de congelación (32 °F) y el de ebullición (212 °F) del agua. Así, se requieren 180 grados Fahrenheit para cubrir el mismo intervalo que 100 grados Celsius (o kelvin), por lo que un grado Fahrenheit sólo es 100/180 = 5/9 de un grado Celsius.



Para hacer conversiones entre las escalas Fahrenheit y Celsius, primero se ajusta la diferencia en el tamaño de las escalas y después se realiza un ajuste a causa de la diferente posición del cero en dichas escalas. Lo primero se realiza usando las relaciones 1 °C = (9/5) °F y 1 °F = (5/9) °C. El segundo ajuste se efectúa recordando que el punto de congelación del agua es mayor por 32 grados en la escala Fahrenheit que en la Celsius. Entonces, si se desea convertir de Celsius a Fahrenheit, se multiplican los °C por 9/5 y al resultado se le suman 32. Si se quiere convertir de grados Fahrenheit a Celsius, primero se resta 32 y luego se multiplica por 5/9. Las siguientes fórmulas se utilizan para efectuar las conversiones anteriores.

CELSIUS A FAHRENHEIT

$$°F = \left(\frac{9\ °F}{5\ °\cancel{C}} \times °\cancel{C}\right) + 32\ °F$$

FAHRENHEIT A CELSIUS

$$°C = \frac{5\ °C}{9\ °\cancel{F}} \times (°\cancel{F} - 32\ °\cancel{F})$$

Medición del Volumen

La unidad de longitud del Si es el *metro* (m) y la unidad derivada del Si para volumen es el *metro cúbico* (m^3). No obstante, los químicos suelen trabajar con volúmenes mucho más pequeños, como el centímetro cubico (cm^3) y el decímetro cubico (dm^3):

$$1\ \text{cm}^3 = (1 \times 10^{-2}\ \text{m})^3 = 1 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$
$$1\ \text{dm}^3 = (1 \times 10^{-1}\ \text{m})^3 = 1 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$$

Otra unidad de volumen muy usada es el litro (L). Un ***litro*** es *el volumen que ocupa un decímetro cúbico*. Un volumen de un litro es igual a 1000 mililitros (mL) o 1000 cm^3:

$$1\ \text{L} = 1000\ \text{mL}$$
$$= 1000\ \text{cm}^3$$
$$= 1\ \text{dm}^3$$

y un mililitro es igual a un centímetro cubico:

$$1\ \text{mL} = 1\ \text{cm}^3$$

Densidad (δ)

La propiedad intensiva que relaciona la masa de un objeto con su volumen se conoce como *densidad*. La **densidad**, que es la masa de un objeto dividida entre su volumen, se expresa en la unidad derivada del SI de g/cm^3 para un sólido o g/mL para un líquido.

$$\text{Densidad} = \frac{\text{Masa (g)}}{\text{Volumen (mL o cm}^3\text{)}}$$

Sustancia	Densidad (g/cm^3)	Sustancia	Densidad (g/cm^3)
Hielo (0 °C)	0.917	Grasa humana	0.94
Agua (3.98 °C)	1.0000	Músculo humano	1.06
Oro	19.31	Corcho	0.22–0.26
Helio (25 °C)	0.000 164	Madera de balsa	0.12
Aire (25 °C)	0.001 185	La Tierra	5.54

EJERCITACIÓN UNIDAD Nº 1

1. Del siguiente listado de palabras, coloca en la columna de la izquierda lo que sea *cuerpo* y en la columna de la derecha lo que sea *materia*:

cobre	*silla*	*oro*	*vidrio*	*camisa*	*almohadón*
oxígeno	*plástico*	*agua*	*anillo*	*cable*	*pecera*

Cuerpo	*Materia*
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

2. Coloca al lado de cada cuerpo la o las sustancias que lo constituyen:

CUERPO SUSTANCIAS
camisa:...

ventana: ....

lapicera: ....

borrador: ....

bicicleta:...

3. En los siguientes grupos: a) identifica s*ustancias puras* y *mezclas*; b) clasifica en *elementos* y *compuestos,* mezcla*s heterogéneas y homogéneas*.
   i. vino, alcohol etílico, oxígeno, leche, aire, papel, arena.
   ii. calcio, bicarbonato de sodio, pintura, cadmio, tableta de aspirina.
   iii. antimonio, ácido acético, vitamina C, bronce, gasolina, taza de yogurt con cereales.
   iv. agua, tinta, diamante, azúcar, fosfato de potasio, mosaico de granito.

4. Indica qué propiedad de la materia (física o química) se comprueba en cada uno de los siguientes casos:
   a. los granos de café se muelen para obtener un polvo fino.
   b. al congelarse agua líquida en una cubetera se obtienen cubos de hielo.
   c. El hierro expuesto al aire se oxida.

d. Cambio de posición de un objeto.
e. Cocinar una milanesa.
f. Romper en trozos una hoja de papel.
g. Quemar una hoja de papel.
h. Disolver una cucharada de azúcar en café.
i. Se calienta azufre en polvo, primero funde y luego arde.
j. Se forma aserrín al cortar madera.
k. Se derrite la manteca al colocarla al sol.
l. El mercurio de un termómetro asciende por el mismo al aumentar la temperatura.

5. Identifica si las siguientes propiedades son extensivas o intensivas:
   a. La temperatura a la cual se derrite el hielo.
   b. El color del cloruro de níquel.
   c. Masa de una roca.
   d. Olor.
   e. Sabor.
   f. Punto de fusión.
   g. Dureza.
   h. Densidad de una sustancia.

6. Las siguientes propiedades fueron determinadas para un trozo de hierro (Fe). Indica cuáles son intensivas y cuáles son extensivas:
   - Masa: 40 g.
   - Densidad (δ): 7,8 g/cm^3.
   - Color: grisáceo.
   - Punto de fusión: 1535 °C.
   - Volumen: 5,13 cm^3.
   - Se oxida en presencia de aire húmedo.
   - Es insoluble en agua.

7. Selecciona la afirmación correcta:

   Cuando decimos que el ***sodio (Na)*** *tiene una densidad de 0,971 g/cm^3 y el* ***litio (Li)*** *se funde a 180,54°C,* podemos deducir que:

   a. Ambas son propiedades extensivas;
   b. La densidad es propiedad extensiva y el punto de fusión es propiedad intensiva;
   c. Ambas son propiedades intensivas;
   d. La densidad es propiedad intensiva y el punto de fusión es propiedad extensiva.

8. Realiza un esquema, diagrama o mapa conceptual que relacione la mayor cantidad de los siguientes términos: materia, cuerpo, sustancia, sustancia pura, mezcla, elemento, compuesto, mezcla

heterogénea, mezcla homogénea, propiedades físicas, propiedades químicas, propiedades extensivas, propiedades intensivas.

9. Resuelve los siguientes enunciados teniendo en cuenta lo visto sobre **mediciones y unidades de medida**. Recuerda:

Prefijo	Símbolo	Equivalente decimal	Equivalente exponencial
Tera	T	1 000 000 000 000	10^{12}
Giga	G	1 000 000 000	10^{9}
Mega	M	1 000 000	10^{6}
Kilo	k	1 000	10^{3}
Hecta	h	100	10^{2}
Deca	da	10	10^{1}
UNIDAD		1	$10^{0} = 1$
Deci	d	0,1	10^{-1}
Centi	c	0,01	10^{-2}
Mili	m	0,001	10^{-3}
Micro	µ	0,000001	10^{-6}
Nano	n	0,000000001	10^{-9}
Pico	p	0,000000000001	10^{-12}
Femto	f	0,000000000000001	10^{-15}

CONVERSIÓN DE UNIDADES DE TEMPERATURA

CASO	FÓRMULA
De °C a °F	°F=(°C×9/5)+32
De °F a °C	°C=(°F-32)×5/9
De °C a °K	°K=°C+273
De °K a °C	°C=°K-273

ºK -- ºC
ºC = ºK-273,15

ºF -- ºC
ºC = (ºF-32)5/9

ºC -- ºF
ºF = ºC(9/5)+32

ºC -- ºK
ºK = ºC+273,15

1. Escribir las siguientes distancias en metros:
   a. 15 km
   b. 200 dm
   c. 23 mm
   d. 0,02 dam
   e. 2 cm
2. Cada pastilla de un suplemento dietético contiene aproximadamente 15 mg de hierro, ¿a cuántos gramos equivale esa cantidad?
3. a) Una porción individual de papas fritas tiene 212 mg de sodio (Na). ¿A cuántos decigramos de Na equivale esta cantidad?

   b) la ingesta máxima recomendada de Na es de 2400 mg. ¿A cuántos gramos de Na equivale esta cantidad? ¿Cuántas porciones son necesarias para alcanzar la ingesta máxima recomendada?

4. Las micropipetas, instrumentos de medición de volumen, vierten volúmenes de 1 a 1000 µL. ¿A cuántos litros equivalen estas medidas?
5. Calcula el volumen de agua, en litros, que caben en un recipiente esférico de cristal de 0,2 m de radio.
6. La concentración de azúcar (glucosa) en sangre humana va desde unos 80 mg/100 mL antes de la comida y hasta 120 mg/100 mL después de comer.
   a. ¿Cuántos mg de azúcar por litro debe tener antes de la comida?
   b. ¿Cuántos gramos de azúcar por litro debe tener después de la comida?
7. De los aproximadamente 90 elementos que existen en la naturaleza, sólo cuatro son líquidos a temperatura cercana a la del ambiente: mercurio (punto de fusión -38.87 °C), bromo (punto de fusión -7.2 °C), cesio (punto de fusión -28.40 °C) y galio (punto de fusión -29.78 °C). Convierte estos puntos de fusión a grados Fahrenheit.
8. El tungsteno, elemento usado para fabricar filamentos de bombillas eléctricas, tiene un punto de fusión de 6192 °F. Convierte esta temperatura a grados Celsius y a kelvin.
9. Suponga que su horno está calibrado en grados Fahrenheit, pero una receta dice que hay que hornear a 175 °C. ¿En qué lectura debe graduar el horno?
10. Con la ayuda de la tabla de densidades, identificar el tipo de materia que está presente en cada uno de los siguientes casos:
    a. Un cuerpo de 15,6 g de masa y 2 cm^3 de volumen.
    b. Un cuerpo de 500 kg de masa y ocupa un volumen de 2 m^3.
    c. En un recipiente de una sustancia desconocida se ha medido una masa de 24 g de sustancia y un volumen de 20 mL.
    d. Un envase lleno con 20 dm^3 de un líquido e indica que la masa de su contenido es de 13,6 kg.
    e. Un bidón con 3 L de líquido y una masa de 2,7 kg.

Tabla de densidades (25°C)					
Sólidos	**g/cm³**	**Líquidos**	**g/cm³**	**Gases (0°C, 1 atm)**	**g/cm³**
Aluminio	2,7	Acetona	0,79	Aire	0,0013
Corcho	0,25	Aceite de oliva	0,9	Butano	0,0026
Cobre	8,96	Agua de mar	1,025	Dióxido de carbono	0,0018
Hielo	0,92	Agua destilada	1	Hidrógeno	0,0008
Hierro	7,9	Alcohol etílico	0,79	Oxígeno	0,0014
Madera	0,2-0,8	Gasolina	0,68		
Plomo	11,3	Leche	1,03		
Vidrio	3,0-3,6	Mercurio	13,6		
		Sangre	1,06		

11. Responde: (consulta la tabla de densidades)
    a. ¿Cuál es el volumen que ocupa una masa de 1 kg de aceite de oliva?
    b. ¿Cuál es la masa de un litro de hielo?
    c. ¿Cuál es el volumen de 135 g de mármol (δ=2,6 g/cm^3)?

UNIDAD Nº 2: SISTEMAS MATERIALES

Es evidente que es imposible estudiar en forma simultánea todo lo que nos rodea. Necesitamos aislar de modo real o imaginario un conjunto de objetos o una fracción para su estudio detenido y minucioso. Cada una de estas porciones del Universo presenta una organización más o menos compleja y constituye diferentes sistemas. Ya sea que se encuentren en estado sólido, líquido, gaseoso o plasma, dichas fracciones se caracterizan por ocupar un lugar en el espacio y por estar dotadas de masa. Esto determina que las porciones mencionadas, cuando son sometidas a un estudio experimental, reciben la denominación de ***Sistemas Materiales***.

Los sistemas materiales se pueden clasificar según dos criterios:

1. Por su relación con el entorno o medio ambiente.

2. Por sus propiedades y constitución.

- **Por su relación con el entorno o medio ambiente:**

De acuerdo a esta clasificación, los sistemas materiales pueden ser:

***Sistemas abiertos*:**

Son aquellos sistemas que intercambian materia y energía, generalmente en forma de calor, con el entorno que lo rodea. Un organismo vivo es un sistema abierto que intercambia materia y energía con su entorno. Ejemplos de ellos son el cuerpo humano y las células. Estos obtienen energía porque captan combustibles del entorno (Glucosa), y extraen energía de su oxidación disipando la energía que no ocupan como calor.

***Sistemas cerrados*:**

Son aquellos sistemas que sólo intercambian energía con el medio ambiente. Ejemplo de sistema cerrado es una compresa de frío para tratar las lesiones de los atletas.

***Sistemas aislados*:**

Son aquellos que no intercambian ni materia ni energía con el medio ambiente. Una buena aproximación a un sistema aislado es el café caliente en el interior de un termo sellado herméticamente. No se escapa vapor de agua y, al menos durante un tiempo, no se transfiere calor a los alrededores.

- **Por sus propiedades y constitución:**

De acuerdo a esta clasificación, los sistemas materiales pueden ser:

Sistemas Heterogéneos:

Son aquellos que poseen propiedades intensivas diferentes en dos o más puntos del sistema; presentando superficies de discontinuidad (interfases), es decir presenta dos o más fases que pueden ser evidentes a simple vista o bien con ayuda de un microscopio óptico. A los sistemas heterogéneos, se los denomina también ***mezclas heterogéneas***. Son ejemplos de sistemas materiales heterogéneos una mezcla de azúcar y arena, una mezcla de perdigones y arroz, o una pieza de granito. Los sistemas materiales heterogéneos pueden ser:

✓ ***Dispersiones groseras***: Son aquellos sistemas materiales en los cuales se puede distinguir, a simple vista o con ayuda de un microscopio común, las partículas dispersas. Las partículas que forman la fase dispersa tienen un tamaño superior a 1000 Å.

✓ ***Dispersiones coloidales***: Son aquellos sistemas materiales en los cuales no se puede distinguir los componentes a simple vista o con ayuda de un microscopio común. Las partículas que forman la fase dispersa poseen un diámetro entre 10 y 1000 Å. Estas partículas pueden ser detectadas mediante un ultramicroscopio.

Sistemas Homogéneos:

Son aquellos sistemas que tienen las mismas propiedades intensivas en todos sus puntos. Además, a simple vista, pareciera que están constituidas por una sola sustancia; es decir, que presentan una sola fase, el tamaño de las partículas en este tipo de sistema no puede ser observado con el microscopio óptico. Los sistemas homogéneos también son conocidos como ***soluciones o disoluciones***. Son ejemplos de sistemas materiales homogéneos el agua de mar, el vino, la sal común, el azúcar, un trozo de oro, una barra de hierro, un lingote de bronce o café muy cargado. La características de estos sistemas, es que son ***uniformes en su aspecto y composición***.

Los sistemas homogéneos pueden ser:

✓ **Sustancias puras:** Las sustancias puras presentan composición constantes y definidas con propiedades características que sirven para diferenciar unas sustancias puras de otras, estas propiedades son: punto de fusión, punto de ebullición, densidad, solubilidad. Las sustancias puras se pueden clasificar en:

1) *Sustancias simples*: Están formadas por átomos o moléculas constituidas de una sola clase de elemento, no pueden descomponerse en otras más sencillas; por este motivo, también se las conoce como sustancias elementales. Dentro de las sustancias simples encontramos:

a) Atómicas: Están formadas por átomos, se denominan elementos químicos. Por ejemplo: Na, K, Co, Mg, He, Ne, etc. La mayoría son metales y gases nobles. Estas sustancias no se pueden separar en sustancias más simples.

b) *Moleculares*: Están formadas por moléculas que se generan a partir de la unión de átomos iguales. Por ejemplo: O_2 , O_3 , H_2 , N_2 , Cl_2 , F_2 , Br_2 , I_2 , S_8 , P_4 , etc. La mayoría son no metales. Pueden separarse mediante procesos químicos y se obtienen átomos iguales.

2) *Sustancias compuestas*: Están formadas por moléculas. Estas moléculas están formadas por el agregado de átomos de elementos distintos. Por ello, pueden descomponerse en los elementos que las constituyen. Pueden separarse mediante procesos químicos y se obtienen átomos distintos. Son ejemplos de sustancias compuestas el H_2O, NH_3.

✓ **Soluciones o disoluciones**: Son sistemas materiales homogéneos formados por más de una sustancia, y tiene propiedades intensivas constantes en todos sus puntos. La cantidad de cada sustancia de una solución puede variar, es decir que tiene composición variable. *El componente que está en mayor proporción, generalmente líquido, se denomina* ***solvente o disolvente****, y el que está en menor proporción* ***soluto***. Si un soluto sólido se disuelve en un solvente líquido, se dice que el soluto es soluble; en cambio, si el soluto también es líquido entonces se dice que es miscible. Por ejemplo:

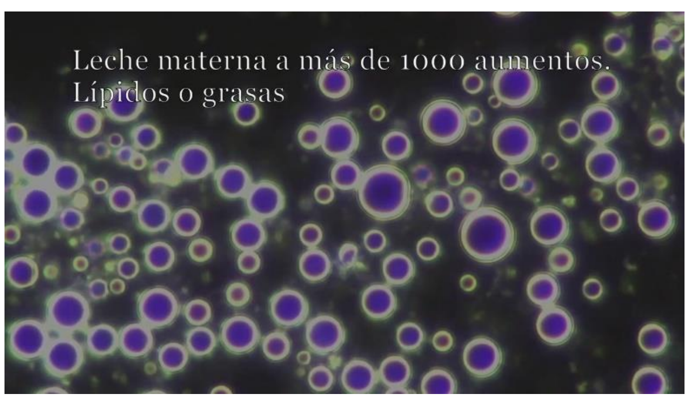
1) El agua potable, es una solución líquida de agua pura (H2 O) con sales y gases disueltos, siendo las cantidades de ellos variables con la temperatura.

2) El aire es una solución gaseosa formada por nitrógeno (78%), oxígeno (21%) y otros gases (1%).

3) El bronce es una solución sólida llamada aleación, que está formada por cobre (Cu) y estaño (Sn) en diversas proporciones.

Sistemas Inhomogéneos:

Son aquellos sistemas materiales en donde las interfases son imprecisas y no están bien determinadas. Las propiedades intensivas de estos sistemas, varían de forma gradual y continua. Es ejemplo de sistema inhomogéneo la atmósfera terrestre. De esta manera, un sistema material puede ser homogéneo, inhomogéneo, o heterogéneo según el método que se utiliza para su observación. Por ejemplo, la leche o el helado a simple vista parecen sistemas homogéneos; sin embargo, cuando se los observa utilizando un microscopio se encuentra un paisaje bastante distinto:



Por lo tanto, podríamos decir que un sistema es homogéneo si, al ser analizado con un microscopio, no se observan distintas fases. Esto sucederá si las partículas que lo componen poseen un tamaño menor a 1 nm (1 nm = 10^{-9} m), que es el límite visible utilizando el instrumento mencionado. Al observar un sistema material, no tenemos que confundir fases con componentes.

➔ Fase: Se llama fase de un sistema material, al conjunto de las partes del mismo que tienen iguales valores para sus propiedades intensivas y que se encuentran separadas, unas de otras, por superficies de discontinuidad bien definidas.

➔Componente: es lo que compone un sistema. Un sistema puede estar formado por varios componentes. El número de componentes es el número mínimo de especies moleculares en función de las cuales se puede expresar cuantitativamente la composición de fases.

Por ejemplo, Si tenemos un sistema constituido por agua, hielo y limaduras de hierro, diremos que el sistema posee tres fases (agua, hielo y limaduras de hierro) y dos componentes (agua -sólida y líquida- y limaduras de hierro).

MÉTODOS DE SEPARACIÓN EN SISTEMAS MATERIALES

❖ Métodos de separación de fases en Sistemas Heterogéneos

Las distintas fases de un sistema heterogéneo se pueden separar por varios procedimientos físicos de separación llamados métodos de separación de fases. Estos procedimientos pueden ser:

1) ***Tamizado***: Se aplica a sistemas formados por dos fases sólidas granuladas, donde los gránulos de una fase tienen diferente tamaño con respecto a los gránulos de la otra fase.

2) ***Levigación***: El agua, separa sólidos de distinta densidad. Los más pesados van al fondo y los más livianos flotan.

3) ***Sedimentación***: Se aplica a sistemas formados por una fase sólida pulverizada que se encuentra en suspensión en una fase líquida.

4) ***Centrifugación***: Se aplica a sistemas formados por una fase líquida y una fase sólida en suspensión.

5) ***Decantación:*** Se aplica a sistemas formados por dos fases líquidas (no miscibles).

6) ***Flotación***: Se aplica a sistemas formados por sólidos cuya diferencia de densidad es pequeña, usando para separarlos un líquido.

7) ***Filtración***: Se aplica a sistemas formados por una fase sólida en suspensión en una fase líquida, se separan a través de una superficie porosa, llamada filtro. Las partículas sólidas son retenidas por el filtro.

8) ***Imantación***: Sirve para separar sólidos, donde uno de ellos sea ferroso o tenga propiedades magnéticas.

9) ***Tría***: Se utiliza para separar cuerpos sólidos grandes mediante pinzas. Por ejemplo, para separar trozos de corcho, cubos de hielo, clavos, etc.

❖ **Métodos de fraccionamiento en Sistemas Homogéneos**

Como resultado de la aplicación de los métodos de separación que vimos anteriormente, un sistema heterogéneo queda dividido en fases (sistemas homogéneos). Es posible intentar la aplicación de nuevos métodos que permitan decidir si una fase a su vez está formada por uno o más componentes. Por ejemplo, podemos separar el agua de la sal a partir del sistema homogéneo agua salada. En este caso la fase debe ser fraccionada, los métodos se denominan métodos de fraccionamiento de fase. Una solución se separa en sus sustancias componentes por métodos físicos de fraccionamiento, estos son:

1) ***Destilación***: Se pueden separar líquidos por su diferencia en los puntos de ebullición. La destilación se llama fraccionada cuando hay muchos componentes, como en el caso del petróleo, que se fracciona en gas, nafta, kerosene, gasoil, fueloil, etc.

2) ***Evaporación del solvente***: Se evapora el solvente volátil, por ejemplo para separar la sal del agua, en una salmuera.

3) ***Cristalización***: Se provoca la separación de uno de los componentes disminuyendo su solubilidad; a veces, disminuyendo la temperatura.

EJERCITACIÓN UNIDAD Nº 2

1. De un ejemplo de:

   a. Un sistema homogéneo de cinco componentes.

   b. Un sistema heterogéneo de tres fases y un componente.

   c. Un sistema con dos fases líquidas, una sólida y cuatro componentes en total.

2. A simple vista un sistema parece homogéneo. Al calentarlo se observa que la parte superior funde a 60ºC y la parte inferior funde a 80ºC. ¿Cómo se clasifica al sistema y por qué?
3. Un sistema material está formado por cuatro sustancias: A, B, C y D. A es un metal magnético, B es un líquido, C es un sólido en polvo de menor densidad que B, D es un sólido en un trozo insoluble en el líquido B. Marcar la secuencia que utilizaría para separar las fases:

   a. Filtración, magnetismo y sublimación.

   b. Centrifugación, filtración, imantación.

   c. Pinzas, filtración, imantación.

   d. Decantación, tamización, imantación.

   e. Ninguna de las anteriores es correcta.

4. Para los siguientes sistemas dispersos identificar la fase dispersa y la fase dispersante:

   a. Humo.

   b. Niebla.

   c. Agua turbia.

   d. Emulsión de nafta en alcohol.

   e. Espuma de afeitar.

5. Clasificar a los siguientes sistemas homogéneos en soluciones o sustancias puras indicando el criterio que se utiliza en dicha clasificación.

   a. Whisky.

   b. Mercurio.

   c. Agua de mar.

   d. Agua potable.

   e. Agua.

f. Ozono.

g. Aire filtrado.

6. Realizar un esquema con los nombres de los métodos que permitan separar los componentes de un sistema formado por "trozos de yeso", sal fina y polvo de carbón.
7. Escribir los nombres de los cambios de estados que observó en la destilación realizada en el laboratorio e indique en qué materiales del dispositivo de destilación ocurre cada cambio.
8. El vino es un sistema formado por agua, alcohol y otras sustancias en solución. ¿Qué método puede emplearse para su separación?
9. Decidir si los siguientes sistemas son soluciones, sustancias simples o sustancias compuestas, e indicar el criterio que le permite establecer la clasificación:

a. Hierro.

b. Bronce.

c. Aire.

d. Piedra caliza.

e. Agua.

f. Sacarosa.

10. Para un sistema formado por una suspensión de carbón en polvo en una solución acuosa de sal:

a. Clasificarlo indicando fases y componentes.

b. Clasificar a las sustancias que lo componen en simples y compuestas.

11. Marcar la opción correcta:

I. El agua es:

a. una sustancia simple.

b. una sustancia compuesta.

c. un sistema heterogéneo.

d. un sistema homogéneo.

e. b y d son correctas.

II. Los sistemas homogéneos:

a. tienen todos un solo componente.

b. son monofásicos.

c. tienen las mismas propiedades extensivas en todos sus puntos.

d. a y c son correctas.

e. ninguna es correcta.

III. La decantación:

a. es un método de separación de fases.

b. es un método de fraccionamiento.

c. es un cambio químico.

d. a y c son correctas.

e. ninguna es correcta.

IV. El punto de ebullición de una sustancia es:

a. el pasaje de líquido a vapor.

b. una propiedad intensiva.

c. un cambio físico.

d. b y c son correctas.

e. todas son correctas.

V. El azufre sólido es:

a. una sustancia simple.

b. un elemento químico.

c. una sustancia compuesta.

d. una mezcla.

12. Un sistema material está formado por agua, arena, partículas de corcho y limaduras de hierro, indicar (justifique):

a. si el sistema es homogéneo o heterogéneo.

b. cantidad de fases.

c. cantidad de componentes.

d. los métodos de separación que se pueden utilizar para separar las fases.

13. Clasificar los siguientes sistemas en homogéneos y heterogéneos, justificando la respuesta:

    a. limaduras de cobre y limaduras de hierro.

    b. sal fina y arena.

    c. tres trozos de hielo.

    d. agua y aceite.

    e. sal parcialmente disuelta en agua.

    f. sal totalmente disuelta en agua.

    g. azufre en polvo y una barra de azufre.

14. En un recipiente se colocan medio litro de agua, remaches de aluminio y aceite. Indicar que tipo de sistema es, cuantas fases posee, cantidad de componentes y como se debe proceder para producir la separación de fases (indique el nombre del método empleado).

UNIDAD Nº 3: ESTRUCTURA DEL ÁTOMO Y TABLA PERIÓDICA

La ***Tabla Periódica (TP)*** surge de la *necesidad de organizar y sistematizar la información de las propiedades físicas y químicas de los elementos*. Los ***elementos químicos*** se ordenan en la TP según su número atómico; es decir, de acuerdo a la cantidad de protones que posee el núcleo de un átomo. De esta manera, las propiedades químicas (reactividad) y físicas de un elemento y sus compuestos, se relacionan con la posición que ocupa ese elemento en la TP.

Antes de analizar los elementos de la Tabla Periódica y su Periodicidad, deberá comprender los siguientes conceptos:

- ✓ ***Elemento químico***: Un *elemento químico* es un tipo de materia constituida por átomos de la misma clase. Aunque, por tradición, se puede definir elemento químico *a cualquier sustancia que no puede ser descompuesta mediante una reacción química en otras más simples*. Los elementos químicos se representan mediante símbolos.

  Es importante diferenciar elemento químico de sustancia simple. El ozono (O_3) y el oxígeno molecular (O_2) son dos sustancias simples; cada una de ellas con propiedades diferentes. Y el elemento químico que forma estas dos sustancias simples es el oxígeno (O). Otro ejemplo es el elemento químico Carbono, que se presenta en la naturaleza como grafito o como diamante.

  En la actualidad, se conocen más de 110 elementos. Algunos se han encontrado en la naturaleza formando parte de sustancias simples o de compuestos químicos. Otros, han sido creados artificialmente en los laboratorios. Estos últimos son inestables y sólo existen durante milésimas de segundo.

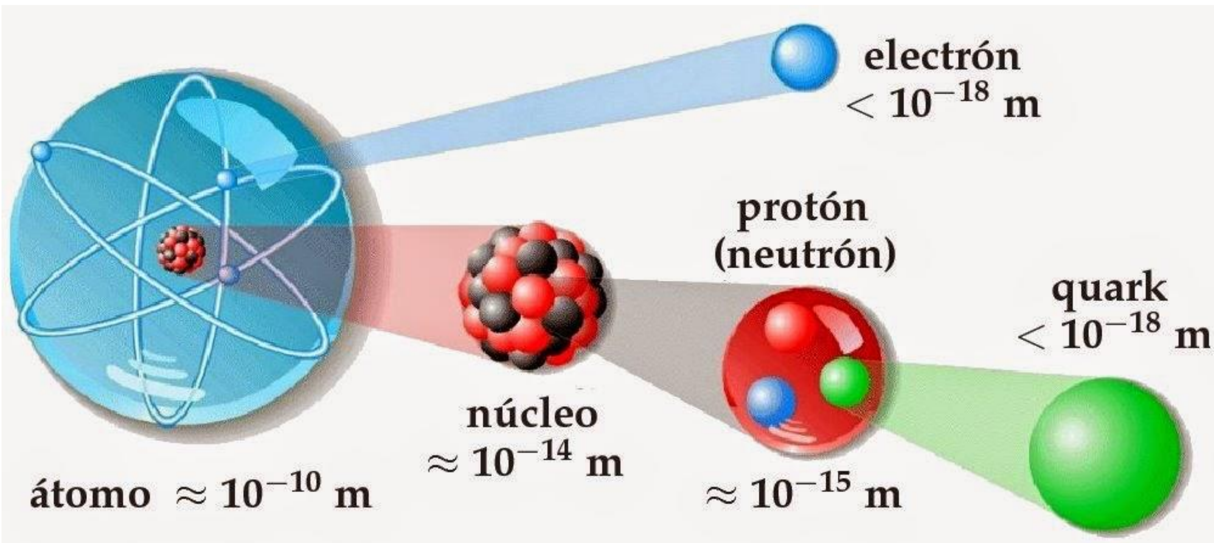
- ✓ ***Átomo***: Átomo (del latín atomus, y éste del griego ἄτομος, indivisible) es la *unidad más pequeña de un elemento químico que mantiene su identidad o sus propiedades y que no es posible dividir mediante procesos químicos*.
- ✓ ***Molécula***: es *un agregado de, por lo menos, dos átomos en una colocación definida que se mantienen unidos a través de fuerzas químicas* (también llamadas *enlaces químicos*). una molécula puede contener átomos del mismo elemento o átomos de dos o más elementos.

ESTRUCTURA DEL ÁTOMO

Los átomos poseen una estructura interna y están constituidos por partículas de menor tamaño. En 1911, Rutherford postuló que la mayor parte de la masa del átomo y toda su carga positiva, reside en una región muy pequeña, extremadamente densa, a la que llamó núcleo. La mayor parte del volumen total del átomo era espacio vacío en el que los electrones se movían alrededor del núcleo. La lista de partículas que constituyen el núcleo se ha vuelto larga y continúa creciendo desde la época de Rutherford, pero son tres las partículas fundamentales o partículas subatómicas que afectan el comportamiento químico: EL PROTÓN, EL NEUTRÓN Y EL ELECTRÓN.

Básicamente, podemos decir que el átomo está constituido por tres partículas subatómicas (aunque, en la actualidad, se sabe que hay muchas más): los protones con carga positiva (**p+**) y los neutrones sin carga eléctrica (***N***), están ubicados en el núcleo del átomo; mientras que los electrones, partículas con carga negativa (***e-***), están ubicados en la zona extranuclear.

La siguiente imagen muestra una representación de la estructura del átomo. Es importante destacar que dicha representación difiere del modelo atómico vigente, sin embargo la utilizaremos con fines didácticos.



Los protones y neutrones en un átomo están localizados en una región central del átomo muy pequeña, llamada *núcleo*. El diámetro del núcleo es extremadamente pequeño en comparación con el diámetro total del átomo, de aquí que la mayor parte del átomo la constituye la región donde se hallan espaciados los electrones.

Protones (p^+): *Son partículas con carga positiva dotados de masa, se encuentran en el núcleo del átomo. Se representan como* $\mathbf{p^+}$.

Neutrones (N): *Son partículas que como su nombre lo indica no poseen carga eléctrica pero si presentan masa y también se ubican en el núcleo. Se representan como* **N.**

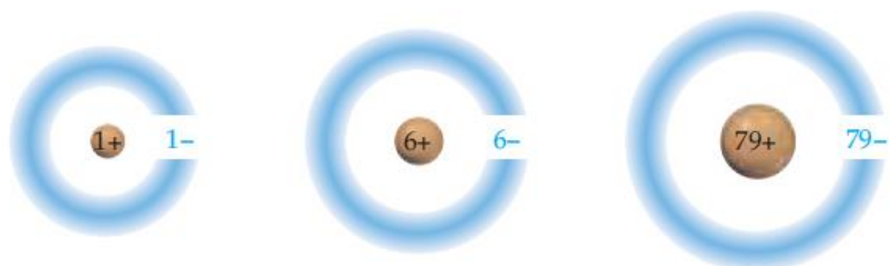
Electrones (e^-): *Son partículas con carga negativa y una masa que se considera despreciable, se encuentran girando alrededor del núcleo (niveles de energía). Se representan como* $\mathbf{e^-}$**.**

"El átomo es un ente eléctricamente neutro, es lógico suponer que para que se mantenga dicha neutralidad el número de protones debe ser igual al número de electrones"

NÚMEROS IMPORTANTES

Hasta este momento hemos descrito los átomos sólo en términos generales, pero no hemos respondido a la pregunta más importante: ¿Qué es lo que hace que un átomo sea diferente de otro? Por ejemplo, ¿en qué son distintos un átomo de oro y uno de carbono? La respuesta a esta pregunta es muy sencilla: *los elementos difieren entre sí por el número de protones que hay en el núcleo de sus átomos*, valor que se conoce como **número atómico (*Z*)** del elemento. Es decir, todos los átomos de un elemento dado contienen el mismo número de protones en sus núcleos. Los átomos del hidrógeno, con número atómico 1, tienen un protón; los átomos del helio, cuyo número atómico es 2, cuentan con dos protones; los de carbono, con número atómico 6 tienen seis protones; y así sucesivamente. Por supuesto, un átomo neutro contiene un número de electrones igual a su número de protones.

Número atómico (*Z*) = Número de protones en el núcleo del átomo
= Número de electrones alrededor del núcleo del átomo



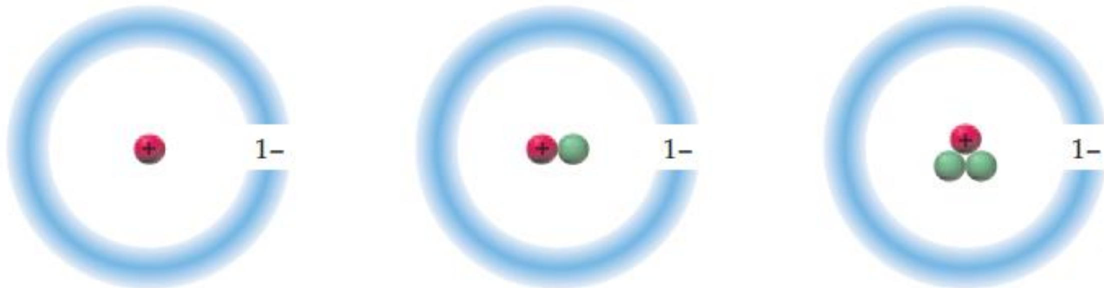
Átomo de hidrógeno (1 protón; 1 electrón) Átomo de carbono (6 protones; 6 electrones) Átomo de oro (79 protones; 79 electrones)

Además de los protones, el núcleo de la mayor parte de los átomos también contiene neutrones. La suma del número de protones (*Z*) más el número de neutrones (*N*) de un átomo se denomina **número de masa o número másico (*A*)**. Es decir, $A = Z + N$.

Número de masa (*A*) = Número de protones (*Z*) + Número de neutrones (*N*)

La mayoría de los átomos de hidrógeno tienen un protón y ningún neutrón, por lo que su número de masa es A= 1 + 0 = 1. Casi todos los átomos de helio cuentan con dos protones y dos neutrones, de manera que su número de masa es A = 2 + 2 = 4. La mayoría de los átomos de carbono tienen seis protones y seis neutrones, así que su número de masa es A = 6 + 6 = 12; y así sucesivamente.

Observe que en el párrafo anterior se dijo que la mayoría de los átomos de hidrógeno tienen número másico igual a 1, que casi todos los átomos de helio tienen número másico igual a 4 y que en la mayoría de los átomos de carbono el número de masa es 12. En realidad, átomos diferentes de un mismo elemento pueden tener números de masa distintos, lo cual depende del número de sus neutrones. Los átomos con números atómicos idénticos, pero distintos números de masa, se denominan ***isótopos***. Por ejemplo, el hidrógeno tiene tres isótopos.



Protio: un protón (●) y ningún neutrón; número de masa = 1

Deuterio: un protón (●) y un neutrón (●); número de masa = 2

Tritio: un protón (●) y dos neutrones (●); número de masa = 3

Todos los átomos de hidrógeno tienen un protón en su núcleo (de otra forma no serían hidrógeno), pero el 99.985% de ellos no tienen neutrones. Estos átomos de hidrógeno, llamados *protio*, tienen número de masa igual a 1. Además, el 0.015% de los átomos de hidrógeno llamados *deuterio*, tienen un neutrón y número de masa 2. Hay otros átomos de hidrógeno, llamados *tritio*, que tienen dos neutrones y su número de masa es 3. Un isótopo del hidrógeno que es inestable y radiactivo, el tritio, se encuentra sólo en trazas en la Tierra, pero se produce de modo artificial en los reactores nucleares. Otros ejemplos son los siguientes: hay 13 isótopos conocidos del carbono, sólo dos de los cuales se encuentran comúnmente en la naturaleza; existen 25 isótopos conocidos del uranio, de los que sólo tres se encuentran regularmente en la naturaleza. En total se han identificado más de 3 500 isótopos de los 114 elementos conocidos.

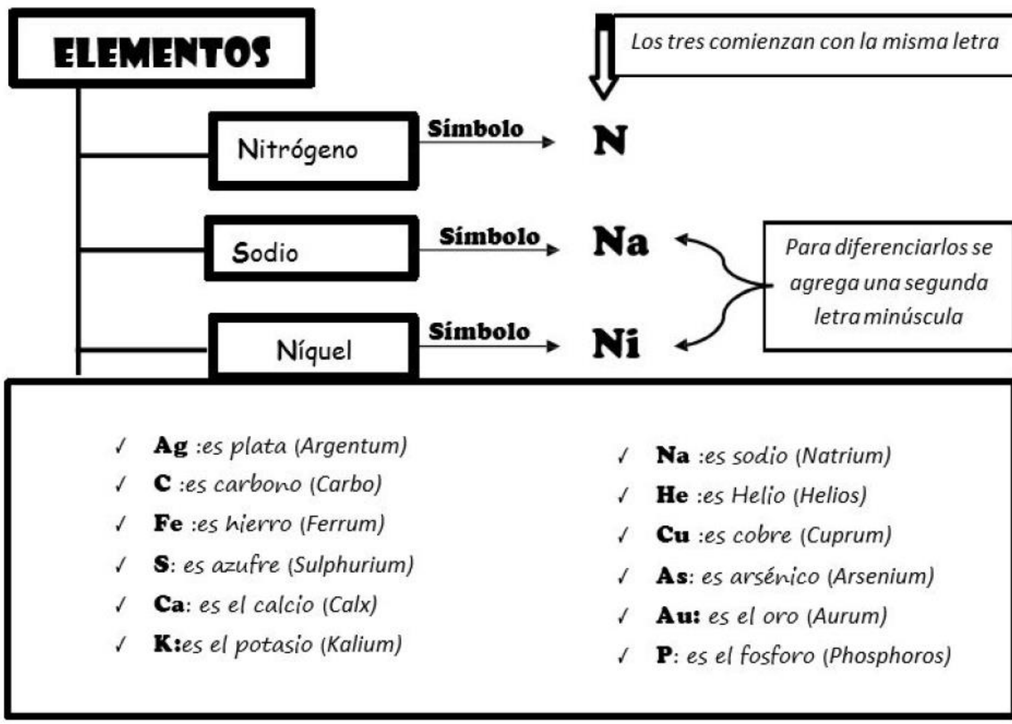
Los números A y Z se representan como supraíndice y subíndice del símbolo que representa al elemento químico

$$^{A}_{Z}X$$

REPRESENTACIÓN DE LOS ELEMENTOS: SÍMBOLOS QUÍMICOS

Varios elementos químicos tienen gran importancia para los seres vivos. Por ejemplo: el oxígeno (O) posibilita la vida en nuestro planeta; el calcio (Ca) da solidez y resistencia a nuestros huesos; el carbono (C) está presente en todas nuestras células; el sodio (Na), el potasio (K) y el cloro (Cl) son indispensables para el funcionamiento de las células nerviosas; el magnesio (Mg) se encuentra mayoritariamente en los huesos; y, en los vegetales, está presente en la clorofila (que interviene en la fotosíntesis y es una sustancia compleja de porfirina-magnesio).

Como se dijo anteriormente, los elementos están constituidos por una mínima unidad: el *átomo*. Es decir, que habrá tantos tipos de elementos químicos como átomos existan. Los elementos químicos se representan mediante *símbolos químicos* que son abreviaturas convencionales. La IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) es el organismo internacional que en la actualidad, entre otras funciones, aprueba los nombres propuestos para los nuevos elementos. Cada elemento tiene un nombre y un único símbolo químico. Se usa la inicial de su nombre griego o latino, seguido a veces de una minúscula que ayuda a distinguir un elemento de otro.



IONES

Un ***ion*** es *un átomo o un grupo de átomos que tiene una carga neta positiva o negativa*. El número de protones, cargados positivamente, del núcleo de un átomo permanece igual durante los cambios químicos comunes (llamados reacciones químicas), pero se pueden perder o ganar electrones, cargados negativamente. La pérdida de uno o más electrones a partir de un átomo neutro forma un ***catión***, *un ion con carga neta positiva.* Por ejemplo, un átomo de sodio (Na) fácilmente puede perder un electrón para formar el catión sodio, que se representa como Na^+.

Átomo de Na	**Ion Na^+**
11 protones 11 electrones	11 protones 10 electrones

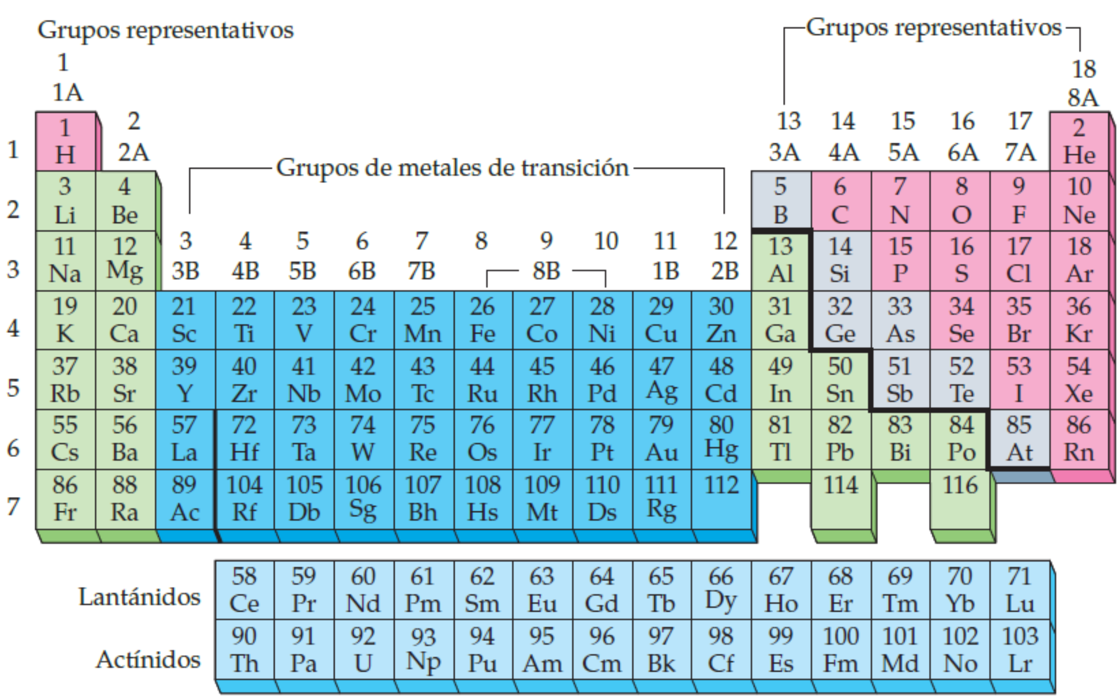
Por otra parte, un ***anión*** es *un ion cuya carga neta es negativa* debido a un incremento en el número de electrones. Por ejemplo, un átomo de cloro (Cl) puede ganar un electrón para formar el ion cloruro Cl^-:

Átomo de Cl	**Ion Cl^-**
17 protones 17 electrones	17 protones 18 electrones

TABLA PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS

En la TP, los elementos químicos se clasifican siguiendo la ***Ley Periódica Moderna***. Esta ley propone el criterio de ordenamiento de los elementos químicos con base en el número atómico y se enuncia de la siguiente manera: *"Cuando los elementos se ponen en orden de sus números atómicos, sus propiedades físicas y químicas muestran tendencias periódicas"* .

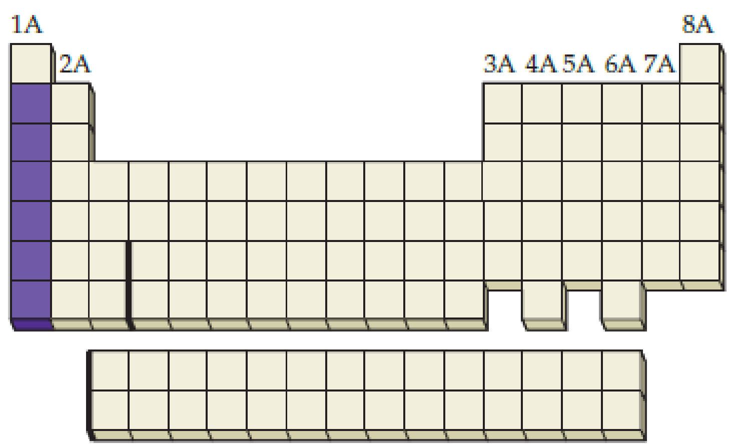
De esta manera, la versión moderna de la TP incluye todos los elementos conocidos, ubicados en orden creciente de sus números atómicos, sin ningún tipo de inversión. Los elementos



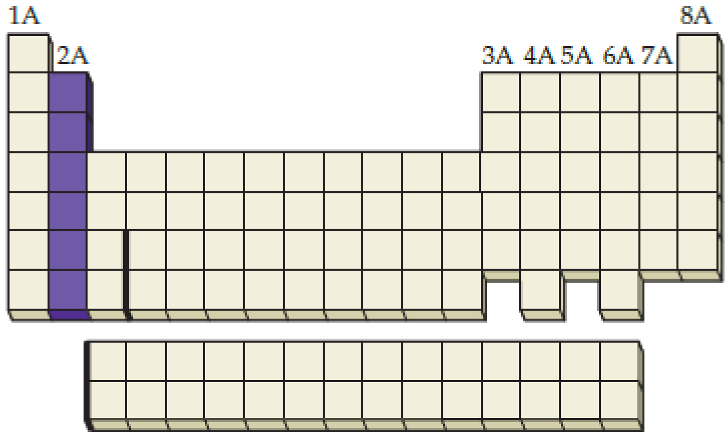
quedan dispuestos en la tabla, formando hileras horizontales: llamadas ***Períodos*** y columnas verticales: llamadas ***Grupos***. Todos los elementos de un mismo grupo tienen propiedades químicas similares. En 1985, la Comisión de Nomenclatura Inorgánica de la IUPAC, propuso el uso de una numeración corrida del número 1 al 18 para los grupos de la TP, en lugar de la tradicional división en grupos A y B.

Como ya se explicó, es frecuente que los elementos de un grupo de la tabla periódica presenten similitudes notables en sus propiedades químicas. A manera de ejemplo, se presentan los siguientes grupos:

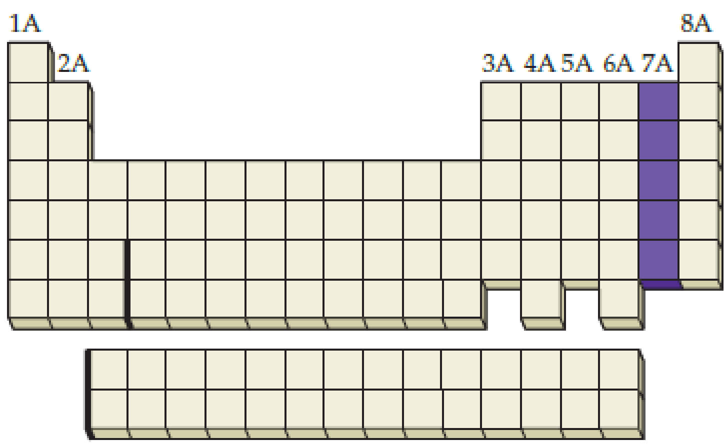
• **Grupo 1A: Metales alcalinos** El litio (Li), el sodio (Na), el potasio (K), el rubidio (Rb) y el cesio (Cs) son metales suaves y plateados. Todos reaccionan con rapidez (no es raro que violentamente) con el agua para formar productos muy alcalinos o básicos; de ahí el nombre de *metales alcalinos*. Por su gran reactividad, los metales alcalinos nunca se encuentran en la naturaleza en estado puro, sino sólo en combinación con otros elementos. El francio (Fr) también es un metal alcalino, pero, como ya se mencionó, es tan raro que se sabe muy poco acerca de él. Observe que el grupo 1A también contiene al hidrógeno (H), a pesar de que, al ser un gas incoloro, su apariencia y su comportamiento son diferentes por completo de los metales alcalinos. En la sección 5.14 se verá la razón de dicha clasificación.



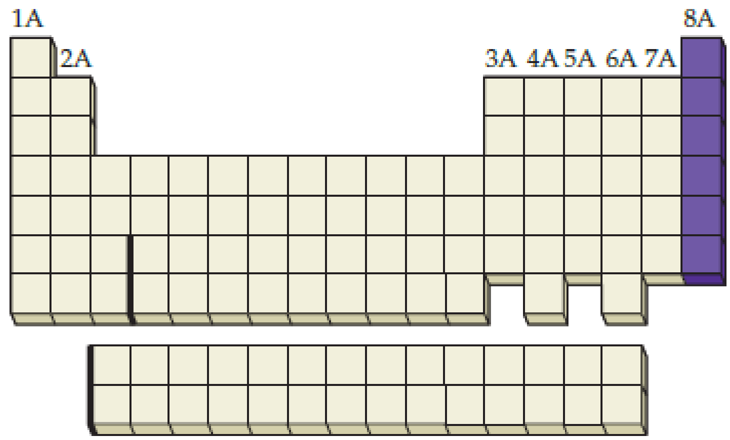
• **Grupo 2A: Metales alcalinotérreos** El berilio (Be), el magnesio (Mg), el calcio (Ca), el estroncio (Sr), el bario (Ba) y el radio (Ra) también son metales lustrosos y plateados, pero menos reactivos que sus vecinos del grupo 1A. Al igual que los metales alcalinos, los alcalinotérreos nunca se encuentran en la naturaleza en estado puro.



• **Grupo 7A: Halógenos** El flúor (F), el cloro (Cl), el bromo (Br) y el yodo (I) son no metales coloridos y corrosivos. Sólo se encuentran en la naturaleza en combinación con elementos como el sodio en la sal de mesa (cloruro de sodio, NaCl). En realidad, el nombre del grupo, *halógenos*, fue tomado de la palabra griega *hals*, que significa "sal". El astato (At) también es un halógeno, pero se encuentra en cantidades tan pequeñas que se sabe muy poco de él.

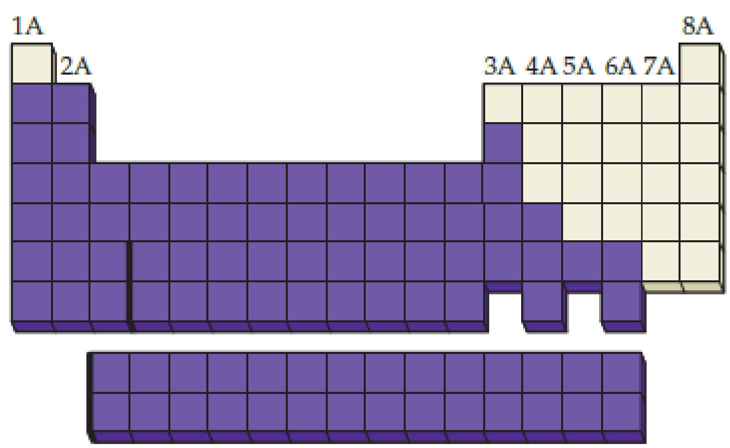


• **Grupo 8A: Gases nobles** El helio (He), el neón (Ne), el argón (Ar), el kriptón (Kr), el xenón (Xe) y el radón (Rn) son gases incoloros con muy poca reactividad química. El helio y el neón no se combinan con ningún otro elemento; el argón, el kriptón y el xenón se combinan con muy pocos.

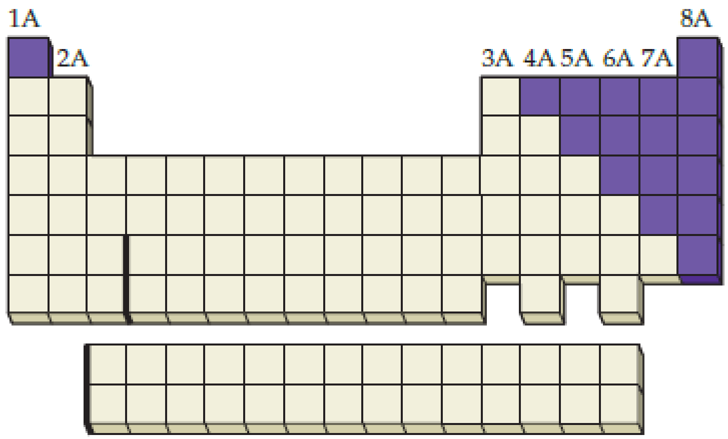


Los elementos de la tabla periódica se dividen en 3 grandes categorías:

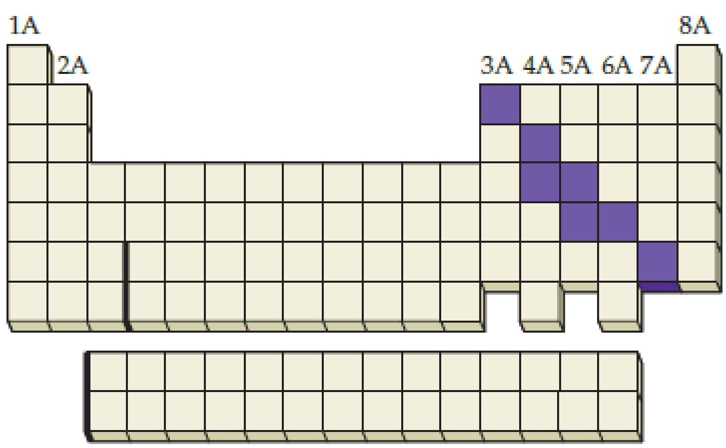
• **Metales** Los metales son el grupo más numeroso de elementos, se encuentran en el lado izquierdo de la tabla periódica; el grupo está limitado, a la derecha, por una línea en zigzag, que va del boro (B), en la parte superior, al ástato (At), en la inferior. Los metales son fáciles de caracterizar por su apariencia. A temperatura ambiente todos son sólidos, excepto el mercurio; además, la mayoría tiene el brillo plateado que normalmente se asocia con los metales. Asimismo, por lo general son maleables, no quebradizos; se pueden torcer y estirar para formar alambres sin que se rompan, y son buenos conductores del calor y la electricidad.



• **No metales** A excepción del hidrógeno, los no metales se hallan en el lado derecho de la tabla periódica; al igual los metales, también son fáciles de caracterizar por su apariencia. Once de los 17 no metales son gases, uno es líquido (bromo) y sólo cinco (carbono, fósforo, azufre, selenio y yodo) son sólidos a temperatura ambiente. Ninguno tiene aspecto plateado, aunque varios poseen colores brillantes. Los no metales sólidos son frágiles, no maleables, así como malos conductores del calor y la electricidad.



• **Semimetales** Siete de los nueve elementos adyacentes a la frontera en zigzag, entre 2A 3A 4A 5A 6A 7A los metales y no metales —boro, silicio, germanio, arsénico, antimonio, telurio y astato—, se conocen como semimetales, debido a que sus propiedades se ubican entre las de sus vecinos los metales y las de los no metales. Aunque la mayoría son de aspecto plateado, todos son sólidos a temperatura ambiente; de igual manera, son frágiles, no maleables, y tienden a ser malos conductores del calor y la electricidad. Por ejemplo, el silicio se utiliza mucho como *semiconductor*, sustancia cuya conductividad eléctrica es intermedia entre la de un metal y un aislante.



EJERCITACIÓN UNIDAD Nº 3

1) Indicar, para cada una de las siguientes afirmaciones si es válida o no, justificando en cada caso su respuesta:

Para un átomo dado:

a) los protones ocupan la zona nuclear.

b) el número atómico es la suma de protones y neutrones.

c) los electrones forman parte del núcleo.

d) los neutrones ocupan la zona extranuclear.

e) el número de protones es igual al número de electrones.

f) solamente con el número atómico se puede determinar el número de neutrones.

g) la zona nuclear ocupa un pequeño volumen de masa.

2) Completar el siguiente cuadro, considerando todos los átomos eléctricamente neutros:

Símbolo	**Nombre del Elemento**	**Número atómico**	**Número másico**	**Cantidad de protones**	**Cantidad de neutrones**	**Cantidad de electrones**
Ca		20			20	
Ne				10	10	
	Cobre	29	64			
	Cinc				35	30
Mn			55		30	
P				15	16	
	Litio		6			3
Ag		47			61	
Na		11			12	

3) Busque en la TP el símbolo de los siguientes elementos químicos y complete el siguiente cuadro:

Nombre del elemento químico	Símbolo
Hierro	
Azufre	
Arsénico	
Oro	
Plata	
Platino	
Mercurio	
Yodo	
Flúor	
Bromo	
Carbono	

4) Identifique los siguientes elementos:

a) $_{17}X$ b) $_{11}X$ c) $_{53}X$ d) $_{18}X$

5) Calcule el número de protones y de neutrones en el núcleo de cada uno de los siguientes elementos y el número de electrones correspondientes al átomo neutro:

a) ^{238}Pu b) ^{65}Cu c) ^{52}Cr d) ^{4}He

e) ^{60}Co f) ^{54}Cr g) ^{15}N h) ^{3}H

i) ^{207}Pb j) ^{151}Eu k) ^{107}Ag l) ^{109}Ag

6) Calcule el número de protones, electrones y neutrones presentes en los siguientes iones o átomos:

a) Mg b) Mg^{2+} c) Co d) Co^{2+}

e) Co^{3+} f) Ni g) Ni^{2+} h) Ru

UNIDAD Nº 4: FORMACIÓN DE COMPUESTOS QUÍMICOS INORGÁNICOS Y NOMENCLATURA

La unidad fundamental que representa y constituye un compuesto químico es la molécula, siendo ésta una agrupación de átomos, que se escribe con una fórmula.

Una fórmula es una expresión escrita que nos indica la composición cualitativa y cuantitativa de las sustancias (simples o compuestas). Cada fórmula es una expresión formada por una combinación de símbolos y números (subíndice).

$$Al_2O_3$$

-*Los **símbolos** nos indicarán cuales son los elementos químicos que constituyen la fórmula de un determinado compuesto.*

-*Los **subíndices** se colocan debajo de cada símbolo (de allí su nombre de subíndice), y nos indica la cantidad de cada átomo presente en dicha fórmula. Cuando el subíndice no figura escrito, se sobreentiende que es uno.*

La I.U.P.A.C. establece las reglas para la escritura de la fórmula (formulación) y el nombre (nomenclatura) de las sustancias químicas. Dentro de la variedad de nomenclaturas aceptadas y utilizadas, en este curso solo desarrollaremos la denominada **nomenclatura tradicional.**

Antes de comenzar con la formación de compuestos es necesario conocer dos conceptos importantes:

Electronegatividad

Es una medida de la tendencia de los átomos a atraer electrones en sus uniones con otros átomos. Se debe tener bien en claro, que todo intento de definir y cuantificar la electronegatividad debe partir del concepto de átomo enlazado. Es decir, no se trata de la capacidad de un átomo aislado para atraer los electrones, sino de uno en un entorno químico específico.

Estado o Número de Oxidación

Cuando dos o más átomos se combinan para formar un compuesto, sus electrones son los que participan de esa unión. El **estado o grado o índice o número de oxidación** puede considerarse como *el número de cargas que tendría un átomo en una molécula si los electrones fueran transferidos completamente del átomo del elemento menos electronegativo al átomo del elemento más electronegativo.*

La forma de representarlo es con un número entero al que se le antepone un signo positivo o negativo. El **número entero** indica la cantidad de electrones de un átomo, que participan en las uniones con otros átomos al formar una molécula. El **signo positivo (+)** se antepone al número entero, cuando el átomo considerado tiende a ceder electrones en sus uniones (elementos menos electronegativos) y el **signo negativo (-)** se antepone al número entero, cuando el átomo considerado tiende a atraer electrones en sus uniones (elementos más electronegativos).

El ***N***$\boldsymbol{N_{ox}}$ de un elemento químico, en un determinado compuesto, se asigna aplicando las reglas que vamos a ver posteriormente. Las reglas, se basan en las ideas que los químicos han desarrollado sobre el proceso que siguen los átomos en las moléculas compartiendo sus electrones. Las reglas se aplican en el orden dado y debemos parar cuando se haya obtenido el número de oxidación, ya que una regla posterior podría contradecir una anterior.

Las reglas llevan implícitos los dos puntos siguientes:

1) El número de oxidación de una sustancia elemental o elemento químico es cero.

2) El número de oxidación de un ion monoatómico es igual al número de carga del ion.

<u>Reglas para asignar el número de oxidación</u>

1. La suma de los números de oxidación de todos los átomos, en las especies químicas, es igual a su carga total.

2. Los átomos en su forma elemental tienen un número de oxidación 0.

3. Para iones monoatómicos, el número de oxidación es igual a la carga del ion.

4. En iones poliatómicos, la suma de los números de oxidación de los distintos átomos que lo conforman debe ser igual a la carga del ion.

5. Para los elementos:

a. del grupo I A tienen número de oxidación +1;

b. del grupo II A tienen número de oxidación +2;

c. del grupo III A (excepto el B) tienen número de oxidación +3 para iones M^{3+} ;

d. del grupo IV A (excepto C y Si) tienen número de oxidación +4 para M^{4+} y +2 para M^{2+}.

6. Para el H el número de oxidación es +1 en su combinación con los no metales y -1 en su combinación con metales.

7. Para el F el número de oxidación es -1 en todos sus compuestos.

8. Para el O los números de oxidación son:

a. -2 a menos que se combine con el F;

b. -1 en los peróxidos $(O_2)^{-2}$;

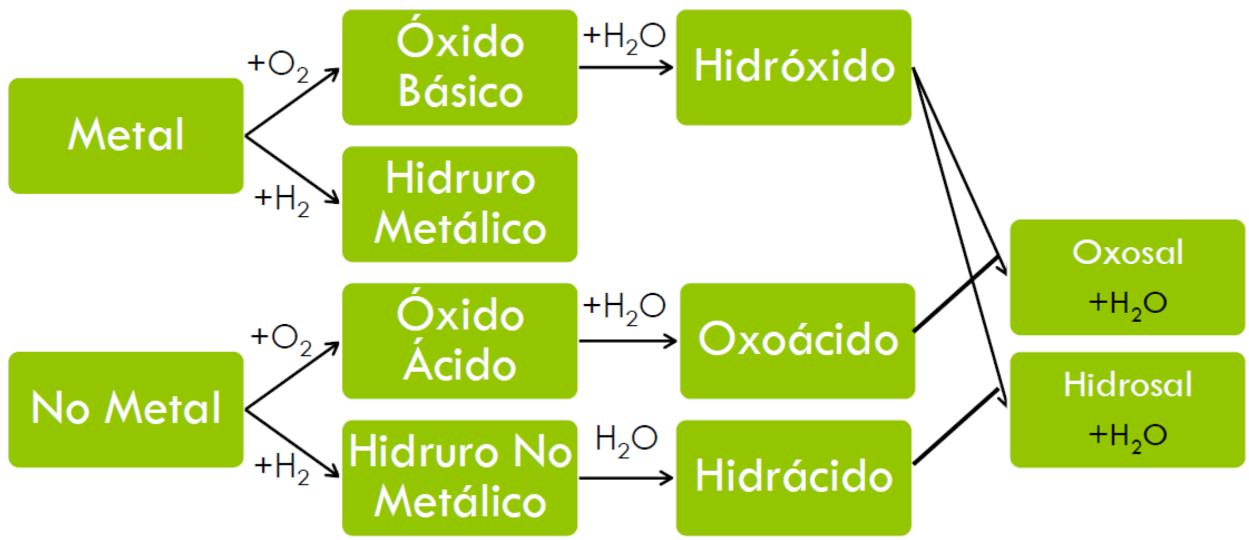
c. -½ en superóxidos $(O_2)^{-1}$;

d. -1/3 en ozónidos $(O_3)^{-1}$.

9. La suma algebraica de los números de oxidación de los elementos que integran una molécula, debe ser igual a cero.

10. En los compuestos binarios, el número de oxidación negativo se le asigna al elemento más electronegativo.

FORMACIÓN DE COMPUESTOS INORGÁNICOS



Los compuestos químicos inorgánicos pueden clasificarse en:

1- COMPUESTOS BINARIOS: son los que están formados por dos tipos de elementos diferentes. Son ejemplo de este tipo de compuestos:

• Combinaciones de oxígeno (óxidos básicos, óxidos ácidos, peróxidos)

•Combinaciones con hidrógeno (hidruros, hidrácidos)

• Sales Binarias.

2- COMPUESTOS TERNARIOS: son los que están formados por tres tipos de elementos diferentes. Son ejemplo de este tipo de compuestos:

• Hidróxidos

• Oxácidos

• Oxosales o sales neutras

3- COMPUESTOS CUATERNARIOS: son los que están formados por cuatro tipos de elementos diferentes. Son ejemplo de este tipo:

• Sales ácidas

• Sales básicas

ÓXIDOS BÁSICOS

Un óxido básico es un compuesto químico resultante de la reacción entre oxígeno y un elemento químico metálico. El oxígeno proporciona las características químicas a los óxidos y presenta el estado de oxidación −2, actuando, por tanto, como parte negativa en el compuesto, mientras que el otro elemento, que da nombre al óxido, actúa siempre con estado de oxidación positivo.

METAL + O_2 → ÓXIDO BÁSICO

ESTRUCTURA DEL OXIDO BÁSICO

Me_2O_n

1º) Armo la ecuación química colocando siempre en los productos el elemento menos electronegativo en primer lugar.

$$K + O_2 \rightarrow K\ O$$

2º) Determino los números de oxidación de cada elemento en el compuesto formado.

$$K + O_2 \rightarrow K^{+1}\ O^{-2}$$

3º) intercambiar los números de oxidación y colocarlos como subíndice sin el signo correspondiente. Si el subíndice es 1 no se debe colocar.

$$K + O_2 \rightarrow \boxed{K_2O}$$

4º) Equilibrar la ecuación en caso de ser necesario.

En caso de que los subíndices de cada elemento en el compuesto formado puedan simplificarse, es obligatorio simplificarlos.

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Como mencionamos anteriormente solo nos abocaremos a la nomenclatura **tradicional** durante el desarrollo del presente curso nivelatorio.

Para poder utilizar este tipo de nomenclatura es necesario conocer todos los números de oxidación que posea el elemento y de acuerdo a ello se agregan los siguientes sufijos:

Cantidad de Números de Oxidación	Sufijo a utilizar
Elementos con ***un*** número de oxidación	La terminación del nombre no se modifica
Elementos con ***dos*** números de oxidación	N_{ox} menor: a la terminación del nombre del elemento se le agrega el sufijo ***oso.***
	N_{ox} mayor: a la terminación del nombre del elemento se le agrega el sufijo ***ico.***
Elementos con ***tres*** números de oxidación	N_{ox} menor: prefijo ***Hipo*** y sufijo ***oso.***
	N_{ox} intermedio: a la terminación del nombre del elemento se le agrega el sufijo ***oso.***
	N_{ox} mayor: a la terminación del nombre del elemento se le agrega el sufijo ***ico.***
Elementos con ***cuatro*** números de oxidación	N_{ox} menor: prefijo ***Hipo*** y sufijo ***oso.***
	N_{ox} menor intermedio: a la terminación del nombre del elemento se le agrega el sufijo ***oso***
	N_{ox} mayor intermedio: a la terminación del nombre del elemento se le agrega el sufijo ***ico.***
	N_{ox} mayor: prefijo ***Per*** y sufijo ***ico.***

Nombre del elemento	Raíz del nombre del elemento
Azufre	Sulfur
Cobre	Cupr
Estaño	Están
Hierro	Ferr
Oro	Aur
Plomo	Plumb

Estas reglas mencionadas son aplicables a la nomenclatura de Óxidos Básicos, Óxidos Ácidos, Hidruros metálicos, Hidróxidos y Oxácidos.

Para el caso particular de los óxidos básicos se coloca primero la palabra *óxido* seguida del nombre del elemento metálico considerándolas reglas ya mencionadas. Ejemplos:

K_2O: Óxido de Potasio (el nombre del elemento metálico no sufre modificación debido a que posee un solo estado de oxidación).

FeO: Óxido Ferroso

$Fe_2\ O_3$: Óxido Férrico

ÓXIDOS ÁCIDOS O ANHÍDRIDOS

Un óxido ácido es un compuesto químico resultante de la reacción entre oxígeno y un elemento químico no metálico (excepto el flúor). El oxígeno proporciona las características químicas a los óxidos y presenta el estado de oxidación −2, actuando, por tanto, como parte negativa en el compuesto, mientras que el otro elemento, que da nombre al óxido, actúa siempre con estado de oxidación positivo.

NO METAL + O_2 → ÓXIDO ÁCIDO O ANHÍDRIDO

ESTRUCTURA DEL OXIDO ÁCIDO

NO Me_2O_n

1º) Armo la ecuación química colocando siempre en los productos el elemento menos electronegativo en primer lugar.

$$Cl_2 + O_2 \rightarrow Cl\ O$$

2º) Determino los números de oxidación de cada elemento en el compuesto formado.

$$Cl_2 + O_2 \rightarrow Cl^{+7}\ O^{-2}$$

3º) intercambiar los números de oxidación y colocarlos como subíndice sin el signo correspondiente. Si el subíndice es 1 no se debe colocar.

$$Cl_2 + O_2 \rightarrow Cl_2\ O_7$$

4º) Equilibrar la ecuación en caso de ser necesario.

En caso de que los subíndices de cada elemento en el compuesto formado puedan simplificarse, es obligatorio simplificarlos.

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Anteponemos la palabra anhídrido al nombre del elemento no metálico y seguimos las reglas ya mencionadas: Cl_2O_7 Anhídrido ***Per***clór***ico***.

Casos especiales: Anfóteros

Los anfóteros son elementos de la tabla periódica que tienen comportamiento dual, en este caso en particular son aquellos elementos que al reaccionar con oxígeno pueden formar óxidos básicos o anhídridos dependiendo del estado de oxidación con el cual actúen.

El caso del manganeso (Mn)

$\left.\begin{array}{l}+2\\ \\+3\end{array}\right\}$ ÓXIDO BÁSICO

$\left.\begin{array}{l}+4\\+6\\+7\end{array}\right\}$ ÓXIDO ÁCIDO

El caso del cromo (Cr)

$\left.\begin{array}{l}+2\\ \\+3\end{array}\right\}$ ÓXIDO BÁSICO

+6 ÓXIDO ÁCIDO

<u>HIDRÓXIDOS O BASES</u>

Los hidróxidos son compuestos químicos resultantes de la combinación del grupo hidroxilo (HO^-) con cualquier elemento metálico. En estos compuestos, el grupo hidroxilo (también llamado oxhidrilo) presenta un estado de oxidación igual a -1.

ÓXIDO BÁSICO + H_2O → HIDRÓXIDO
ESTRUCTURA DEL HIDRÓXIDO
Me (HO)n
(Siendo *n* el estado de oxidación del metal)

1º) Armo la ecuación química colocando siempre en los productos el elemento menos electronegativo en primer lugar y coloco el estado de oxidación del metal como subíndice del grupo hidroxilo. En caso de que su valor sea 1 no es necesario colocarlo.

$$\mathbf{K\ O + H_2O \rightarrow K\ (HO)}$$

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Anteponemos la palabra Hidróxido al nombre del elemento metálico y seguimos las reglas ya mencionadas: **K (OH)** Hidróxido de Potasio.

OXOÁCIDOS

Los oxoácidos son compuestos químicos cuya estructura está formada por hidrógeno, oxígeno y un elemento no metálico, que proceden de la reacción del Anhídrido correspondiente con agua y que en disolución acuosa ceden el hidrógeno en forma de ion H+ (protón).

En estos compuestos el no metal ocupa la posición central y tiene número de oxidación positivo −El no metal puede ser sustituido en algún caso por un metal de transición con estado de oxidación elevado−. El oxígeno tiene siempre estado de oxidación -2 y el hidrógeno +1.

ÓXIDO ÁCIDO + H_2O → OXOÁCIDO
ESTRUCTURA DEL OXOÁCIDO
Hm **NOMe O**n

1º) Armo la ecuación química partiendo del anhídrido correspondiente y haciéndolo reaccionar con agua.

$$\mathbf{Cl_2\ O_7 + H_2O \rightarrow}$$

2º) En el lado de los productos coloco los elementos en el siguiente orden: hidrógeno, no metal, oxígeno.

$$\mathbf{Cl_2\ O_7 + H_2O \rightarrow H\ Cl\ O}$$

3º) Realizar la sumatoria de la cantidad de átomos de cada elemento y colocarlo como subíndice según corresponda.

$$\mathbf{Cl_2\ O_7 + H_2O \rightarrow H_2\ Cl_2\ O_8}$$

3º) Simplificar los subíndices siempre que sea posible

$$Cl_2 O_7 + H_2O \rightarrow H\,Cl\,O_4$$

4º) Equilibrar la ecuación en caso de ser necesario.

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Anteponemos la palabra Ácido al nombre del elemento no metálico y seguimos las reglas ya mencionadas: **$H\,Cl\,O_4$** Ácido ***Per***cló***rico***.

HIDRUROS METÁLICOS

Un hidruro es un compuesto químico resultante de la combinación del hidrógeno con cualquier otro elemento químico. En los hidruros metálicos el hidrógeno proporciona las características químicas a los hidruros y es el único caso en el que presenta el estado de oxidación −1, actuando, por tanto, como parte negativa en el compuesto, mientras que el otro elemento, que da nombre al hidruro, actúa siempre con el menor estado de oxidación positivo.

METAL + H_2 → HIDRURO METÁLICO
ESTRUCTURA DEL HIDRURO METÁLICO
Men **H**m

1º) Armo la ecuación química colocando siempre en los productos el elemento menos electronegativo en primer lugar.

$$Li + H_2 \rightarrow Li\,H$$

2º) Determino los números de oxidación de cada elemento en el compuesto formado.

$$Li + H_2 \rightarrow Li^{+1}\ H^{-1}$$

3º) intercambiar los números de oxidación y colocarlos como subíndice sin el signo correspondiente. Si el subíndice es 1 no se debe colocar.

$$Li + H_2 \rightarrow Li\,H$$

4º) Equilibrar la ecuación en caso de ser necesario.

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Anteponemos la palabra Hidruro al nombre del elemento metálico y seguimos las reglas ya mencionadas: **Li H** Hidruro de Litio.

HIDRUROS NO METÁLICOS

Se formulan colocando de izquierda a derecha, **Hidrógeno - No metal.** En estos compuestos, el **Hidrógeno** actúa con estado de oxidación **+1**, y el no metal posee estado de oxidación negativo. En estos compuestos el no metal siempre se encuentra con su menor estado de oxidación como única opción.

NO METAL + H_2 → HIDRURO NO METÁLICO
ESTRUCTURA DEL HIDRURO NO METÁLICO
Hm **NOMe**n
(Siempre en estado gaseoso)

1º) Armo la ecuación química colocando siempre en los productos el elemento menos electronegativo en primer lugar.

$$\mathbf{S + H_2 \rightarrow H\ S\ (g)}$$

2º) Determino los números de oxidación de cada elemento en el compuesto formado.

$$\mathbf{S + H_2 \rightarrow H^{+1}\ S^{-2}\ (g)}$$

3º) intercambiar los números de oxidación y colocarlos como subíndice sin el signo correspondiente. Si el subíndice es 1 no se debe colocar.

$$\mathbf{S + H_2 \rightarrow H_2S\ (g)}$$

4º) Equilibrar la ecuación en caso de ser necesario.

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Para nombrar estos compuestos colocamos la raíz del nombre del elemento no metálico con la terminación ***uro*** seguido de la palabra ***de hidrógeno***: **H_2S (g)** Sulf***uro*** de hidrógeno.

HIDRÁCIDOS

Al disolverse en agua algunos hidruros no metálicos forman soluciones ácidas.

Los hidrácidos son compuestos químicos resultantes de la combinación del hidrógeno con los elementos químicos pertenecientes a los grupos VIA y VIIA, cuando presentan estados de oxidación -1 y -2, respectivamente. En ellos el hidrógeno presenta estado de oxidación +1.

Los elementos son: flúor, cloro, bromo y iodo del grupo VIIA, que presentan estado de oxidación -1 y azufre, selenio y teluro del grupo VIA, que actúan con estado de oxidación -2.

$$\textbf{HIDRURO NO METÁLICO (g)} \xrightarrow{H_2O} \textbf{HIDRÁCIDO (ac)}$$

$$H_2S\ (g) \xrightarrow{H_2O} H_2S\ (ac)$$

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Para nombrar estos compuestos anteponemos la palabra ***ácido*** seguida del nombre del elemento no metálico con la terminación ***hídrico***: **H_2S (ac)** ***Ácido*** Sulf***hídrico.***

DISOCIACIÓN DE ÁCIDOS (HIDRÁCIDOS/OXOÁCIDOS) Y BASES (HIDRÓXIDOS)

Cuando tratamos el término disociación, en el campo de la química, nos encontramos frente a un proceso generalizado, en el cual compuestos complejos se ven separadas en moléculas o átomos de menor tamaño, ya sean estas iones o radicales, generalmente de manera reversible. Por lo cual, podemos decir que la disociación es justo lo contrario de asociación, síntesis, formación o recombinación. En conclusión “Una disociación es la separación de los iones de una sustancia con enlace iónico cuando se encuentra en solución acuosa”

Los conocimientos modernos de los ácidos y las bases parten de 1834, cuando el físico inglés Michael Faraday descubrió que ácidos, bases y sales eran electrólitos por lo que, disueltos en agua se disocian en partículas con carga o iones que pueden conducir la corriente eléctrica.

- ✓ **Disociación de ácidos**

Cuando los ácidos se encuentran en solución acuosa se disocian liberando uno o más protones H^+ (catión hidrógeno) y el anión correspondiente, éste es un proceso de equilibrio, esto quiere decir que disociación y la recombinación ocurren al mismo tiempo con la misma velocidad.

$$H_2S\ (ac) \leftrightarrow 2\ H^+ + S^{2-}\ \text{(disociación del ácido sulfhídrico)}$$

$$H\ Cl\ O_4 \leftrightarrow H^+ + Cl\ O_4^-\ \text{(disociación del ácido perclórico)}$$

- ✓ **Disociación Bases**

Cuando las bases se encuentran en solución acuosa se disocian liberando el ion hidroxilo $(HO)^-$ y el catión metálico correspondiente, éste es un proceso de equilibrio, esto quiere decir que disociación y la recombinación ocurren al mismo tiempo con la misma velocidad.

K (HO) ↔ K^+ + HO^- (disociación del hidróxido de potasio)

Estos procesos de disociación nos ayudaran a entender el proceso de formación de ***SALES***

SALES BINARIAS O SALES DE HIDRÁCIDOS

Son compuestos formados por la reacción entre un Hidrácido y un Hidróxido. Son compuestos químicos resultantes de la sustitución de todos los hidrógenos del ácido por el elemento metálico del hidróxido. Siempre que se produce la reacción entre un ácido y una base, además de la formación de la sal correspondiente se obtiene agua.

HIDRÁCIDO + HIDRÓXIDO → SAL BINARIA + H_2O
HCl(ac) + **NaOH** → **NaCl** + $\mathbf{H_2O}$
ESTRUCTURA DE LAS SAL BINARIA
Me NOMen

1º) Plantear la ecuación química de formación.

HCl(ac) + **NaOH** →

2º) Establecer la disociación del ácido y la base correspondiente

H Cl ↔ H^+ + Cl^-

NaOH ↔ Na^+ + OH^-

3º) plantear la ecuación completa colocando en primer lugar el catión metálico y luego el anión no metálico en las proporciones adecuadas para la neutralización de las cargas.

HCl(ac) + **NaOH** → **NaCl** + $\mathbf{H_2O}$

4º) Equilibrar la ecuación en caso de ser necesario.

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Para nombrarlo por nomenclatura tradicional se coloca primero el nombre del no metal con la terminación ***uro*** y posteriormente el nombre del metal con el sufijo que corresponda según el estado de oxidación con el cual este trabajando: **NaCl** Clor**uro** de Sodio

OXOSALES

Son sales que se obtienen por la reacción entre un oxoácidos y un hidróxido. Son compuestos químicos cuya estructura está formada por un metal, oxígeno y un elemento no metálico, que proceden de la sustitución de los átomos de hidrógeno del ácido por uno o más átomos de un elemento metálico. Cuando la sustitución es total, es decir, no queda ningún hidrógeno, la sal es neutra, mientras que si la sustitución es parcial y sí queda algún hidrógeno la sal es ácida -se verán más adelante-.

OXOÁCIDO + HIDRÓXIDO → OXOSAL + H_2O

HClO + NaOH → NaClO + H_2O

ESTRUCTURA DE LAS OXOSALES

Me NOMen **O**

1º) Plantear la ecuación química de formación.

HClO + NaOH →

2º) Establecer la disociación del ácido y la base correspondiente

HClO ↔ H^+ + Cl O^-

NaOH ↔ Na^+ + OH^-

3º) plantear la ecuación completa colocando en primer lugar el catión metálico y luego el anión correspondiente en las proporciones adecuadas para la neutralización de las cargas.

HClO + NaOH → NaClO + H_2O

4º) Equilibrar la ecuación en caso de ser necesario.

¿Cómo nombramos el compuesto formado?

Para poder nombrar estos compuestos es necesario plantear una modificación a la regla antes mencionada.

En primer lugar debemos nombrar el anión de la sal correspondiente teniendo en cuenta el Oxoácido del cual deriva según el siguiente esquema:

OXOÁCIDO → ANIÓN DE LA OXOSAL

HIPO…OSO → HIPO…ITO

…OSO → …ITO

…ICO → …ATO

PER…ICO → PER…ATO

En resumen: si el nombre del oxoácido del cual proviene la sal termina en ***oso*** la terminación del nombre del anión de la oxosal será ***ito;*** si el nombre del oxoácido del cual proviene la sal termina en ***ico*** la terminación del nombre del anión de la oxosal será ***ato.***

Como regla mnemotécnica: "**oso** bon**ito**, p**ico** de p**ato**"

Ato → Ico
Ito → Oso

Fórmula del compuesto	Anión (fórmula y nombre)	Nombre del ácido
H_2SO_4	SO_4^{-2}: Sulf**ato**	Ácido Sulfúr**ico**
$HClO_2$	ClO_2^{-}: Clor**ito**	Ácido Clor**oso**

Para nombrar las oxosales colocamos el nombre del anión que lo conforma con la terminación **ito** o **ato** según corresponda y el nombre del elemento metálico con la terminación **oso** u **ico** en el caso que correspondiera: **NaClO Hipo**clor**ito de sodio.**

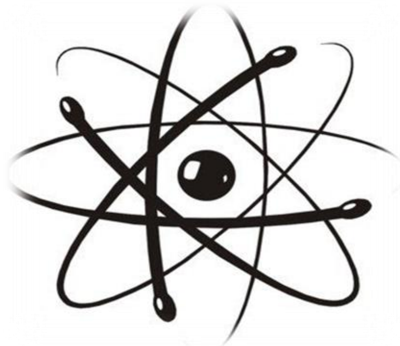
NÚMEROS DE OXIDACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE LA TABLA PERIÓDICA

IA	IIA											IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA
H +1																	He
Li +1	Be +2											B ±3	C +2, ±4	N ±1, ±2, ±3 +4,+5	O -1,-2	F -1	Ne
Na +1	Mg +2											Al +3	Si +2, ±4	P ±3,+5	S ±2,+4,+6	Cl ±1 +3,+5,+7	Ar
K +1	Ca +2	Sc +3	Ti +2,+3,+4	V +2,+3 +4,+5	Cr +2,+3 +6	Mn +2,+3 +4,+6,+7	Fe +2,+3	Co +2,+3	Ni +2,+3	Cu +1,+2	Zn +2	Ga +1,+3	Ge +2,+4	As ±3,+5	Se -2,+4,+6	Br ±1 +3,+5,+7	Kr
Rb +1	Sr +2	Y +3	Zr +3,+4	Nb +2,+3 +4,+5	Mo +2,+3 +4,+5,+6	Tc +4,+5 +6,+7	Ru +2,+3 +4,+5,+6 +7,+8	Rh +2,+3 +4,+5,+6	Pd +2,+4	Ag +1	Cd +2	In +1,+3	Sn +2,+4	Sb ±3,+5	Te ±2,+4,+6	I ±1 +3,+5,+7	Xe
Cs +1	Ba +2	La +3	Hf +3,+4	Ta +3,+4,+5	W +2,+3 +4,+5,+6	Re +2,+3 (+4,+6,+7)	Os +2,+3 +4,+5,+6 +7,+8	Ir +2,+3 +4,+5,+6	Pt +2,+4	Au +1,+3	Hg +1,+2	Tl +1,+3	Pb +2,+4	Bi +3,+5	Po ±2,+4,+6	At ±1,+5	Rn
Fr +1	Ra +2	Ac +3	Rf +3,+4	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Uun	Uuu	Uub	Uut	Uuq	Uup	Uuh	Uus	Uuo

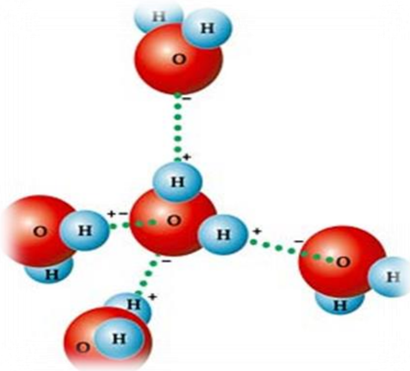
U.N.S.J.
Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes
Dpto. de Física y Química
Módulo de comprensión y producción de textos

Prof. Cecilia Gutiérrez

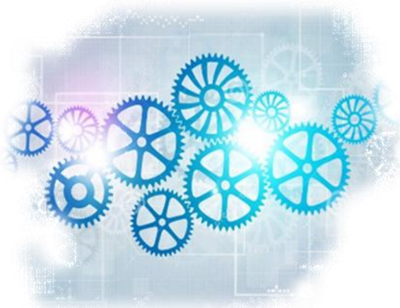
Curso de Ingreso 2018



FÍSICA



QUÍMICA



TECNOLOGÍA

Módulo de Comprensión y Producción de textos

Contenidos del Módulo

- ✓ Aproximación y profundización del concepto de texto.
- ✓ Propiedades del texto: coherencia y cohesión. Cohesión léxica y cohesión gramatical.
- ✓ Lectura de paratextos. Los paratextos propios del texto científico y sus funciones.
- ✓ El texto expositivo. Recursos explicativos, características, esquemas organizativos del texto expositivo: descriptiva, serial, causal, problemas-solución y comparativa.
- ✓ Técnicas de estudio: resumen, toma de notas, el esquema de contenido, esquema y mapa conceptual.
- ✓ Uso adecuado del lenguaje en textos académicos. Pautas para su producción.
- ✓ El informe académico: características y estructura. Producción.
- ✓ Normativa: uso adecuado de las reglas ortográficas y gramaticales. Corrección de errores frecuentes en el uso de la lengua escrita y oral. Uso adecuado de los signos de puntuación.

Días de cursado

Lunes	*Miércoles*
De 8.30 a 10.30	De 8 a 11

Instancias de Evaluación

Trabajos prácticos áulicos	*Examen*	*Recuperatorio*	*Recuperatorio extraordinario*

Porcentaje de asistencia para la aprobación del módulo

75% de un total de 21 hs. reloj aproximadamente.

Contacto de la profesora: cecidelvalleg@gmail.com

Teoría

El texto

Este es un extracto de la obra del semiólogo francés Roland Barthes sobre la teoría del texto, a modo de introducción al significado moderno de esta palabra:

"¿Qué es un texto, para la opinión general? Es la superficie fenoménica de la obra literaria: es el tejido de las palabras comprometidas en la obra y dispuestas de modo que impongan un sentido estable y a poder ser único. A pesar del carácter parcial y modesto de la noción (después de todo, no es más que un objeto, perceptible por el sentido visual), el texto participa de la gloria espiritual de la obra, de la que es el sirviente prosaico pero necesario. Ligado constitutivamente a la escritura (el texto es lo que está escrito), tal vez porque el dibujo mismo de las letras, aunque sea lineal, sugiere el habla y el entrelazamiento de un tejido (etimológicamente, "texto" quiere decir "tejido"), es, en la obra, lo que suscita la garantía de la cosa escrita, de la que reúne las funciones de salvaguarda: por una parte, la estabilidad y la permanencia de la inscripción, destinada a corregir la fragilidad y la imprecisión de la memoria; y, por otra, la legalidad de la letra, rastro irrecusable, indeleble, en nuestra opinión, del sentido que el autor de la obra ha depositado intencionalmente en ella; el texto es un arma contra el tiempo, el olvido y las pillerías del habla, que tan fácilmente se retracta, se altera o se desdice. Por lo tanto, la noción de texto está históricamente ligada a todo un mundo de instituciones: derecho, Iglesia, literatura, enseñanza; el texto es un objeto moral: es el escrito como participante del contrato social; somete, exige que lo observemos y lo respetemos, pero a cambio marca al lenguaje con un atributo inestimable (que no posee por esencia): la seguridad." [1]

Concepto de texto

La palabra texto se ha utilizado desde siempre en la escuela, pero con un sentido muy diferente al que actualmente tiene en lingüística y didáctica. Cuando decíamos —y decimos, todavía—: "hoy trabajaremos algún texto en clase" solíamos referirnos a una muestra de buena literatura; es decir, a un cuento, un poema, un fragmento narrativo o de ensayo, escritos por un autor reputado de la historia de la literatura.

En cambio, en la acepción moderna de la palabra, texto significa cualquier manifestación verbal y completa que se produzca en una comunicación. Por tanto, son textos los escritos de literatura que leemos, las redacciones de los alumnos, las exposiciones del profesor de lengua y también las del de matemáticas, los diálogos y las conversaciones de los alumnos en el aula o en el patio, las noticias de la prensa, las pancartas publicitarias, etc. Los textos pueden ser orales o escritos; literarios o no; para leer o escuchar, o para decir o escribir; largos o cortos; etc. Son igualmente textos la expresión: "Párate"; el comunicado: "A causa de una indisposición del cantante, se suspende la función de hoy"; y también el código de circulación o las obras completas de Cervantes.

Las siguientes definiciones de texto según diversos lingüistas (extraídas de Bernárdez, 1982) nos aproximan a este concepto fundamental:

---

[1] Roland Barthes, extracto del artículo 'Texto' en *Encyclopaedia Universalis*, tomo XV, 1973. Recopilado en "Variaciones sobre la escritura", Paidós; Barcelona, 2002. Selección y traducción de Enrique Folch González.

- "...*Todo conjunto analizable de signos. Son textos, por lo tanto, un fragmento de una conversación, una conversación entera, un verso, una novela...*" Lázaro Carreter. Diccionario de términos filológicos, 1971.
- *"Texto es el mayor signo lingüístico."* Dressler, RFA, 1973.
- *"Texto es un mensaje objetivado en forma de documento escrito, que consta de una serie de enunciados unidos mediante diferentes enlaces de tipo léxico, gramatical y lógico."* Gal'perin, 1974.
- *"Texto es la forma primaria de organización en la que se manifiesta el lenguaje humano. Cuando se produce una comunicación entre seres humanos (hablada/escrita) es en forma de textos."* Horst Isenberg, RDA, 1976.
- *"Texto es la unidad lingüística comunicativa fundamental, producto de la actividad verbal humana. Se caracteriza por su cierre semántico y comunicativo y por su coherencia... formada a partir de la intención comunicativa del hablante de crear un texto íntegro y, también, a partir de su estructuración..."* E. Bernárdez, 1982.

Este último autor destaca tres ideas fundamentales sobre el texto, que resumen las definiciones anteriores:

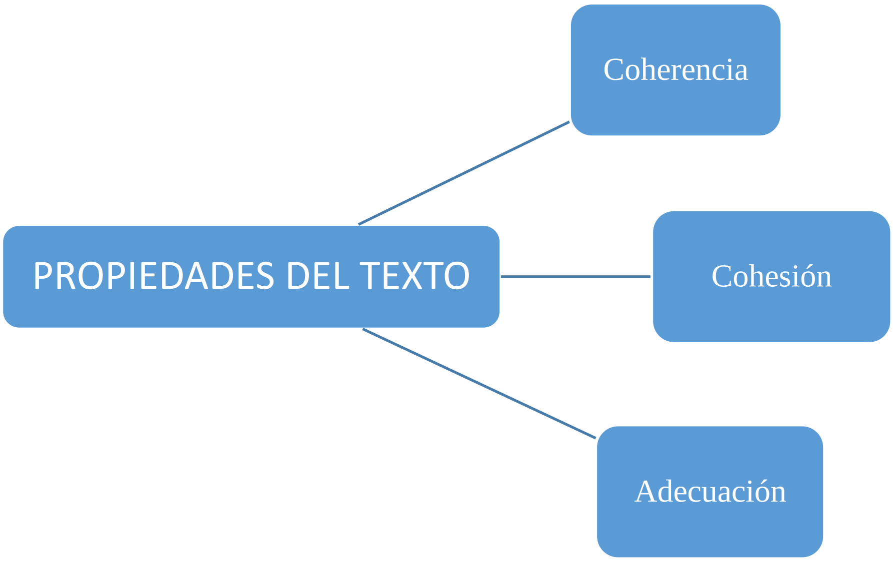
- El texto tiene un **carácter comunicativo**: es una acción o una actividad que se realiza con una finalidad comunicativa. Es decir, el procesamiento del texto es, por un lado, una actividad como lo pueden ser hacer gimnasia o cocinar un pollo al horno; y, por otro lado, también es un proceso de comunicación como la visión de una película o de un cuadro o la contracción de un músculo para hacer una mueca.
- El texto tiene un **carácter pragmático**: se produce en una situación concreta (contexto extralingüístico, circunstancias, propósito del emisor, etc.). Los textos se insertan en una situación determinada, con interlocutores, objetivos y referencias constantes al mundo circundante, y no tienen sentido fuera de este contexto.
- El texto está **estructurado**: tiene una ordenación y unas reglas propias. Los textos también tienen una organización interna bien precisa con reglas de gramática, puntuación, coherencia, que garantizan significado del mensaje y el éxito en la comunicación.

Una última, y muy diferente, definición de texto es la del teórico soviético Juri M. Lotman (1979), estudioso de la semiótica de la cultura, para el que texto es *"cualquier comunicación que se haya realizado en un determinado sistema de signos. Así, son textos un ballet, un espectáculo teatral (...), un poema o un cuadro."* Según esta concepción original y genérica, los textos verbales, orales o escritos, serían un subconjunto de todas las manifestaciones comunicativas posibles (la danza, la música, las matemáticas, una tabla de gimnasia, etc.) de la sociedad. Es muy sugerente imaginarse la escuela como el lugar donde niños y niñas aprenden a socializarse con el trabajo mediante toda clase de textos: ecuaciones matemáticas, redacciones, ejercicios gimnásticos, esculturas de barro, etc.

Una palabra muy cercana a texto, y que a menudo se utiliza con un sentido similar, es discurso. En el uso más coloquial, se refiere a una exposición oral, más o menos formal: un discurso político, hizo un discurso, etc.; en una acepción más técnica, discurso es una muestra lingüística, generalmente oral, para analizar. El llamado Análisis del discurso es un campo interdisciplinario de investigación que analiza la lengua tal como se produce en la realidad. [2]

- Resolver la actividad n° 1

Las propiedades del texto



Todo texto para ser considerado como tal debe reunir las propiedades que se mencionan en el esquema.

Así, la **coherencia** es la propiedad que hace que el texto pueda ser percibido como una unidad comunicativa y no como una sucesión de enunciados inconexos, ya que los conceptos y las relaciones que exprese han de ser relevantes los unos para los otros, permitiéndonos hacer deducciones sobre el significado subyacente. Es decir, el texto debe tener un sentido lógico y fácilmente inteligible. Es, por lo tanto, la propiedad que caracteriza la estructura semántica o de contenidos del texto bien construido.

[2] https://unexpo.files.wordpress.com/2009/04/conceptodetexto.doc

La **cohesión**, por su parte, es la ligazón o conexión que, mediante recursos lingüísticos, se establece entre las partes de un texto, de manera que sean entendidas por el receptor como integrantes de una totalidad y no como independientes y desconectadas entre sí. Nos presenta al texto como una unidad que discurre ágil y fluida. Se relaciona con la FORMA, con la manera en que está construido y, en particular, con los procedimientos usados para manifestar en la superficie (es decir, en el texto) las relaciones entre las diversas informaciones. Es el conjunto de “marcas” lingüísticas que reflejan las relaciones internas procedentes de la coherencia.

La **adecuación** refiere a la propiedad según la cual el texto se adapta a la situación comunicativa.

- Resolver actividades 2 y 3

El paratexto

El paratexto de la lectura [3]

Objetivo: *comprender que los elementos del paratexto desempeñan un papel importante en la lectura y hacen aportes específicos para la construcción del modelo o representación mental del texto.*

Etimológicamente, paratexto es lo que rodea o acompaña al texto (para= junto a, al lado de). Si bien la separación entre el texto y su entorno no siempre es neta, puede decirse que el paratexto es lo que queda de un libro u otro tipo de publicación sacando el texto principal.

El paratexto no es exclusivo del material impreso, sin embargo en él se manifiesta en multiplicidad de recursos. Dado que los textos se dirigen, en general, al público lector y a un mercado, se convierten, además, en mercancías que, para competir en ese mercado específico, requieren un aparato paratextual cada vez más sofisticado.

Se consideran parte del paratexto: la tapa, la contratapa, la solapa, las ilustraciones de un libro, diario o revista, el diseño gráfico y tipográfico, el formato y hasta el tipo de papel. También se incluyen títulos, prólogos, notas, epígrafes, dedicatorias, índices, apéndices, resúmenes y glosarios.

[3] Cuadernillo de Comprensión y producción de textos. FFHA.2016

El paratexto interviene en el primer contacto del lector con el material impreso y colabora para concretar la lectura. Por una parte, predispone y, por otra, coopera con el lector en la construcción del sentido. Algunos de los elementos que integran el paratexto contribuyen a la lectura cumpliendo funciones específicas.

Los prólogos y las contratapas presentan, habitualmente, resúmenes del contenido del texto seleccionando las ideas principales. El índice opera como ícono de la macroestructura textual. Todos estos elementos son considerados anticipadores ya que, apoyándose en ellos, el lector puede formular hipótesis sobre el contenido del texto, que luego pondrá a prueba durante la lectura.

Para mostrar la contribución de algunos recursos del paratexto a la construcción del modelo textual, presentamos el siguiente esquema:

Recursos del Paratexto

Diseño gráfico	➡	Anticipar Formular hipótesis
Tipografía **Título**	➡ ➡	Activar conocimientos previos Atraer la atención
Prólogo **Índice**	➡	Relacionar informaciones
Ilustración	➡	Ampliar la representación del "mundo de referencia"
Gráfica	➡	Integrar información visualizando diversos tipos de relaciones entre elementos.

Los libros en especial los de carácter teórico y científico que deben enfrentar los jóvenes en el nivel de enseñanza superior, configuran máquinas complejas. Aprender a decodificar correctamente los elementos que integran el paratexto es parte del proceso de la lectura y del aprender a reflexionar críticamente.

Recursos del paratexto

En la descripción de los recursos del paratexto seguimos la presentación que realiza Alvarado (1994) y nos circunscribimos básicamente a los que corresponden al libro. Tal como esta autora plantea, muchas de las observaciones también son válidas para medios gráficos como diarios y revistas.

a) La ilustración: la imagen se transforma en ilustración cuando ancla el texto dando volumen o jerarquizando ciertos pasajes. Además de la prensa, las obras documentales y los libros infantiles son los más pródigos en ilustraciones.

La ilustración cumple distintas funciones. Del significado original de "iluminar, dar luz, esclarecer" conserva el matiz de esclarecer mostrando. Constituye, también, una forma de embellecer el texto que atrae la atención del público.

En las publicaciones científicas y los libros de texto, se incluyen otros tipos de ilustraciones aparte de fotografías y dibujos: esquema y gráfica. La gráfica abarca gráficos, diagramas y mapas pertinentes.

b) El diseño: el diseño gráfico es la manipulación del texto, la ilustración y los márgenes con vistas a su impacto visual. Dentro de él, el diseño tipográfico es la elección y distribución de los tipos de letras a lo largo del libro. Las diferencias entre caracteres pueden ser de cuerpo, de tamaño, de grosor o de estilo. En el libro de texto, el diseño se vuelve doblemente significativo, ya que permite jerarquizar la información según grados de importancia y facilitar la comprensión. Los procedimientos más habituales son la diferenciación de bloques tipográficos (presentación, texto central, resumen, comentarios, ejercicios, epígrafes de las fotografías, etc.), el uso de recuadros para resaltar conceptos o informaciones importantes y los cambios de grosor (negrita, semi-negrita) o de variante (romana, bastardilla), destacar palabras clave.

La tapa, la contratapa y la solapa concentran la función apelativa, el esfuerzo por captar el interés del público. La tapa lleva tres menciones obligatorias: el nombre del autor, el título de la obra y el sello editorial (puede agregarse el sello de colección). La contratapa se ocupa de comentar brevemente el texto, resume el argumento en el caso de la narrativa, evalúa los aspectos más relevantes.

c) La gráfica: el tratamiento gráfico consiste en transcribir los componentes de la información mediante variables visuales, de tal modo que la construcción sea conforme a la imagen natural.

Diagramas, redes y mapas presentan un mayor grado de iconicidad que los cuadros y otras formas de representar la información aprovechando las dos dimensiones del plano.

Los recursos de la gráfica no sustituyen a la palabra, más bien corresponden a

Otras formas de administrar pruebas de la verdad.

d) El título: para el lector, el título es la primera clave del contenido del libro, por lo que junto con la ilustración de la tapa y el sello de colección constituye un disparador de conjeturas. Existen títulos literales y otros de carácter metafórico.

El título tiene tres funciones: identificar la obra, designar su contenido y atraer al público. Entre ellos, sólo la primera es obligatoria.

e) La dedicatoria: se ubica en el principio del libro, antes o después de la página del título. Los destinatarios pueden ser diversos: personas relacionadas con el autor (mi familia, mis hijos), grupos, instituciones, personas a quienes se rinde reconocimiento, o inclusive el propio lector y hasta personajes de ficción.

f) El epígrafe: habitualmente ubicado en la página anterior al prólogo, es siempre una cita verdadera o falsa, también puede atribuirse a un autor imaginario o ser anónimo. Está, en general, destinado a relacionar el nuevo texto con un conjunto de enunciados anteriores. El objetivo es poner en evidencia las grandes orientaciones del libro y marcar su pertenencia a un conjunto discursivo. Las funciones principales del epígrafe son: comentario del título como un nexo que lo justifica; comentario del texto, precisando indirectamente la significación, y de padrinazgo indirecto (en este caso lo importante no es lo que dice la cita sino la identidad de quien lo dice)

g) **El prólogo:** el prólogo o prefacio es un texto que el autor, u otra persona que este elige, produce a propósito del texto al que procede.

La mayoría de los prólogos cumplen, a la vez, con dos funciones básicas: una informativa en relación con el texto y otra persuasiva, captar al lector. En cuanto a la primera, informa sobre el origen de la obra y la circunstancia de su redacción, puede incluir la mención de fuentes y reconocimiento a personas o instituciones.

En obras no ficcionales como es el caso de los textos de estudio, el prólogo cumple la función didáctica de explicar los contenidos y el orden de estos en el libro.

h) **El índice:** se organiza como una tabla de contenidos, o sea como un listado de subtítulos por orden de aparición, con la indicación de la página correspondiente. Refleja la estructura lógica del texto (centro y periferia, tema central y ramificaciones). Cumple una función organizadora de la lectura ya que arma previamente el esquema de contenido. Una mirada al índice permite, por lo tanto, darse una idea general del punto de vista o enfoque privilegiado.

Los índices analíticos o temáticos son listados de conceptos utilizados en el texto presentados en orden alfabético con la indicación de las páginas en que se mencionan.

i) **Las notas:** las notas del autor (NA), del editor (NE) y del traductor (NT), constituyen explicaciones y comentarios de diverso tipo ubicadas al pie de la página, al final de los capítulos o en las páginas finales del libro.

Desde esa ubicación marginal, las notas responden, disienten, corrigen, aprueban, amplían, ubican, cuestionan. Por ello, se las considera signo de que un texto es siempre incompleto, de que se lo puede ampliar con nuevos enunciados.

- Resolver la actividad n° 4

EL TEXTO EXPOSITIVO

El verbo latino "*exponere*" está conformado por el prefijo "*ex*" que significa "*desde*" o "*del interior hacia el exterior*", y del vocablo "*ponere*" que equivale a colocar. Por tal motivo, podría traducirse como: exhibir o colocar hacia afuera.

¿Con qué tipo de textos estudiamos? [4]

"Devolver a cada texto no su individualidad, sino su juego, recogerlo – aún antes de hablar de él – en el paradigma infinito de la diferencia, someterlo de entrada a una tipología fundadora, a una evolución."

Roland Barthes

En este capítulo, nos referimos a las operaciones mentales y a las relaciones lógico-semánticas que operan en el desarrollo de los textos expositivo-explicativos. Caracterizamos este tipo de textos teniendo en cuenta las pautas propuestas por diferentes tipologías textuales. Hacemos hincapié en los componentes organizativos y en los procedimientos retóricos de estos textos y en el predominio de uno u otro, según los campos disciplinares a los que pertenecen.

Es conocido por docentes y alumnos que uno de los propósitos fundamentales del nivel secundario es que los jóvenes completen el desarrollo de las capacidades generales básicas y adquieran el dominio de las capacidades específicas que son requeridas por los estudios superiores, en sus diferentes modalidades, y por las múltiples variantes que presenta el campo ocupacional concreto. Al término de este nivel se intenta que los escolares hayan desarrollado con buenos resultados las habilidades requeridas para la lectura de los textos de estudio y hayan alcanzado un buen desempeño en cuanto al manejo de los variados recursos lingüísticos y discursivos que requiere la escritura sobre estos textos.

Hemos elegido los textos expositivo- explicativos puesto que constituyen el principal medio por el cual el alumno adquiere la información escolar en diferentes asignaturas. Además, son textos que ofrecen un nivel de comprensión semejante en los usuarios porque exigen mayor fidelidad a su contenido explícito y, en general, contienen pistas para que los lectores, en igualdad de condiciones con respecto a sus conocimientos previos sobre el tema que tratan, puedan alcanzar una comprensión de los mismos muy similar.

A fin de centrarnos en el conocimiento de este tipo de textos presentamos en este capítulo las siguientes temáticas: caracterización de los textos expositivo-explicativos, estructura lógico-semántica y procedimientos retórico-discursivos predominantes.

1. Los textos expositivo/explicativos.

Objetivo:
Descubrir, dentro del contexto discursivo conocido por los alumnos, los rasgos propios de los textos de estudio a fin de que los jóvenes puedan revisar y reflexionar las prácticas de lectura de este tipo textual.

[4] Cuadernillo de Comprensión y producción de textos. Alicia Jiménez de Martín y Josefa Berenguer. Capítulo 2. FFHA.2016

1.2 Caracterización de los textos expositivo-explicativos

Entre la amplia gama de tipos textuales que circulan, denominamos texto de estudio a las clases textuales a través de las cuales podemos acceder a diversas áreas del conocimiento.

Desde el punto de vista de las tipologías textuales, o sea, los conjuntos de unidades textuales con rasgos lingüísticos y discursivos comunes, se observa que los nombres de texto informativo, texto expositivo y texto explicativo alternan con frecuencia. Con estos términos se hace referencia a una misma categoría textual: el tipo de texto que presenta distintas formas de transmitir contenidos, es decir, textos en los que se expone una información para explicar teorías, fenómenos, predicciones, etc.

Existe una abundante bibliografía sobre la caracterización de estos textos. Partimos de la consideración que sostiene que el género exposición es considerado como una categoría más amplia que el género explicación (Rosch, 978), por cuanto en la exposición se presentan conocimientos que pueden organizarse de forma explicativa, descriptiva, argumentativa, etc. según el objetivo que persiga. Es decir, que la explicación se considera como una de las formas en las que puede presentarse el discurso expositivo. En nuestra propuesta, al enfocarlos como el tipo de texto mediante los cuales los alumnos estudian, adoptamos la denominación de textos expositivo-explicativos.

Sintetizamos a continuación los distintos criterios que nos permiten delimitar estos textos. Reflexionar sobre cada uno de estos resultara de utilidad, pues implica una nueva mirada al texto objeto de estudio, lo que nos permitirá ir profundizando su comprensión:

a) Criterio funcional: ¿Para qué sirven los textos expositivo-explicativos?

Cumplen las siguientes funciones: informativa, explicativa y directiva. La función informativa consiste en presentar al lector información sobre teorías, predicciones, fenómenos, hechos, fechas, etc. Además de la información, estos textos incorporan explicaciones acerca de las causas, consecuencias y modalidades, las entidades, fenómenos, hechos, etc. que exponen. Asimismo son directivos, pues incluyen pistas explícitas – introducciones, títulos, subtítulos, resúmenes – que guían a los lectores para extraer las ideas más importantes y los fundamentos que las sustentan. También se usan como guía otros recursos que permiten resaltar conceptualizaciones, enfoques, clasificaciones, tales como tipos de letras (negrita, cursiva), subrayados, comillas, entre otros.

b) Criterio contextual: ¿En qué tipo de contexto se usan?

Según el marco institucional, los canales textuales, los participantes y los roles sociales que están involucrados en la producción y recepción de este tipo discursivo, el texto expositivo/explicativo aparece como texto de divulgación científica, con la escuela como marco institucional de circulación habitual y con un destinatario: el alumno.

Destacamos que este tipo discursivo no es el informe o ensayo que el investigador elabora para exponer y explicar su teoría, sino que el autor la presenta a través de varios filtros, por ejemplo, revistas científicas especializadas, enciclopedias generales y específicas, diarios, el texto escolar, CD-ROM, etc. Se presenta así el conocimiento científico recortado, con un propósito pedagógico, y los autores aparecen como mediadores entre el enunciador – el científico – y el lector escolarizado.

c) Criterio estructural: ¿Cómo se organizan?

Desde este punto de vista se puede identificar diferentes estructuras lógico-semánticas o componentes organizativos de estos textos, con predominio de una u otra forma de organización según las áreas de conocimiento a las que pertenecen (Meyer, B.J.F., 1985). No es lo mismo exponer en un texto conocimientos acerca de la matemática, de la física, de la astronomía, que de las ciencias naturales, de las ciencias sociales, de las ciencias de la salud, etc. A modo de ejemplo, si el texto se ubica en el ámbito de las ciencias sociales, predominará la organización secuencial de hechos, la descripción de conceptos o enfoques; si pertenece a las ciencias naturales, la estructura predominante será, por ejemplo, la descripción de fenómenos, la organización causal.

d) Criterio estilístico: ¿Cuáles son los recursos lingüísticos más frecuentes?

Según este punto de vista se hace hincapié en los recursos lingüísticos que se usan para transmitir los contenidos del texto. Como rasgo general que caracteriza a estos textos se señala la tendencia a omitir las marcas de enunciación, o sea son frecuentes las formas impersonales, el uso de formas con atemporalidad, etc. No obstante, se percibe actualmente una inclinación de los autores, por ejemplo en textos sobre ciencias naturales, a usar marcas lingüísticas que buscan un contacto con el lector, al que trataban de involucrarlo en el tema que se está explicando.

1.3 Estructuración lógico-semántica

Se considera que uno de los aspectos básicos para facilitar la comprensión de los textos en general es el manejo de los diferentes esquemas o estructuras generales prototípicas. Teniendo en cuenta las etapas de adquisición de estos esquemas en el niño, la estructura del texto expositivo-explicativo, por las relaciones lógico-semánticas que requiere la comprensión de los mismos, su dominio aparece en plena etapa escolar, especialmente a partir del segundo y tercer ciclo de la Educación General Básica. Precisamente corresponde a esta instancia proporcionar los medios para favorecer el manejo de la estructuración de este tipo textual hasta alcanzar un eficiente dominio.

La organización global de estos textos puede adoptar las siguientes formas:

a) Descripción: los diferentes contenidos son presentados como rasgos o atributos de una entidad, una zona, un lugar, un concepto, un fenómeno, etc.

b) Seriación o colección: los contenidos se agrupan siguiendo un ordenamiento, por ejemplo, una secuencia temporal, o a través de un vínculo de simultaneidad o mediante diferentes lazos asociativos, por ejemplo, de inclusión o de exclusión. En los distintos casos, las ideas relacionadas poseen el mismo valor.

c) Organización causal: este modo organizativo implica una elaboración mayor que en los casos anteriores, ya que incluye vínculos causales entre los elementos. Las categorías con las que opera son básicamente dos: antecedente y consecuente, las cuales en algunos casos no aparecen ambas explicitadas.

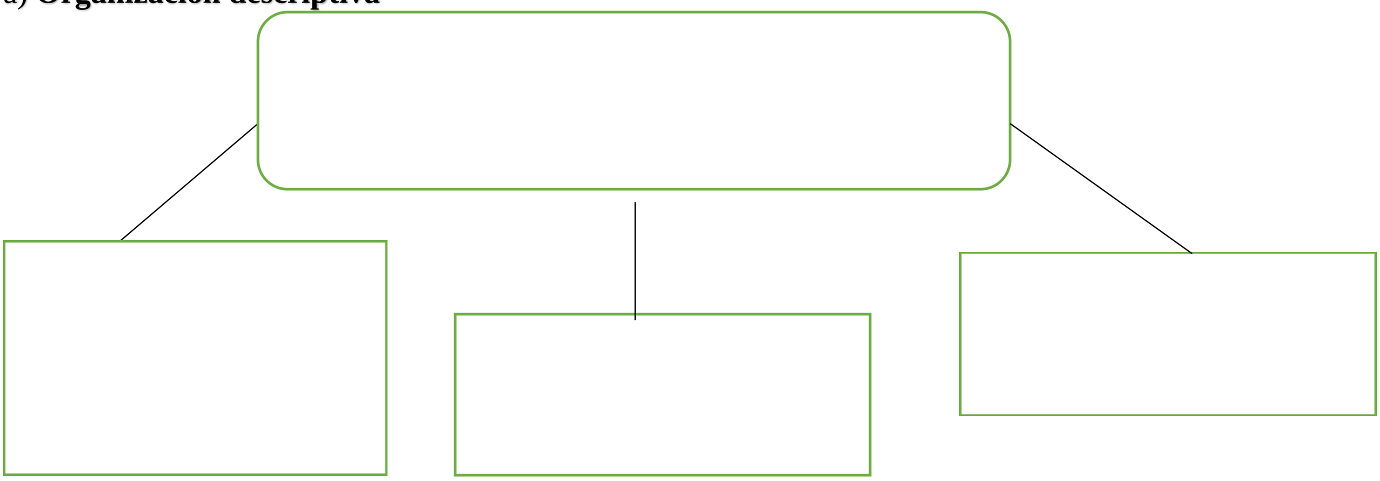
d) Problema/solución: este formato está relacionado con la estructura anterior, ya que por ejemplo, en algunos textos entre el problema y la solución se da una relación causal. En algunos textos se explicita el vínculo causal como parte del problema y la solución puede eliminar o disminuir los efectos de algunas de las causas de las que surge el problema. En otros casos, el vínculo causal no aparece en el problema y sí en la solución. También, entre las dos categorías, el problema y la solución, puede darse una relación temporal, es decir, el problema es anterior en el tiempo a la solución.

e) Comparación: se confrontan dos o más entidades, fenómenos, etc. para destacar sus semejanzas y diferencias. Pueden presentarse tres variantes de la comparación: alternativa (los hechos o fenómenos poseen el mismo valor); adversativa (una de las opciones aparece como preeminente en relación con las otras) y analógica (uno de los argumentos sirve como ilustración de otro previamente establecido o se subordina a éste).

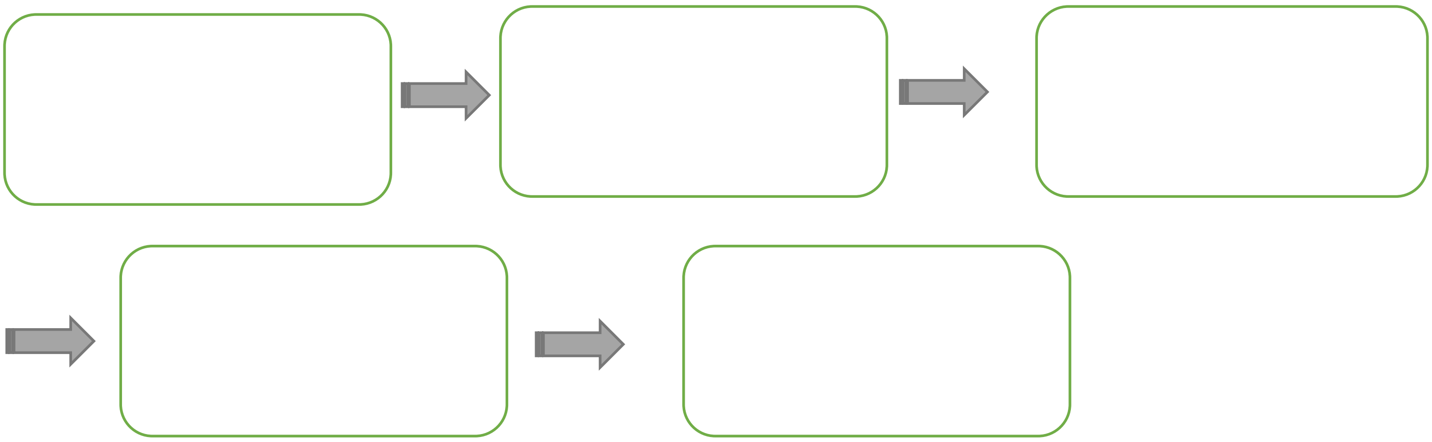
A estos componentes se agrega otro modo de organización del texto expositivo-explicativo, la argumentación y la persuasión, que permiten al autor presentar una información y expresar, simultáneamente, su opinión y su punto de vista al respecto.

Recordamos que esta tipificación no se da en forma pura, es decir, en los textos concretos pueden entrecruzarse los diferentes formatos, aunque en muchos casos es posible identificar uno de ellos como dominante, que – como dijimos – está en relación con la disciplina en la que se ubica el texto.

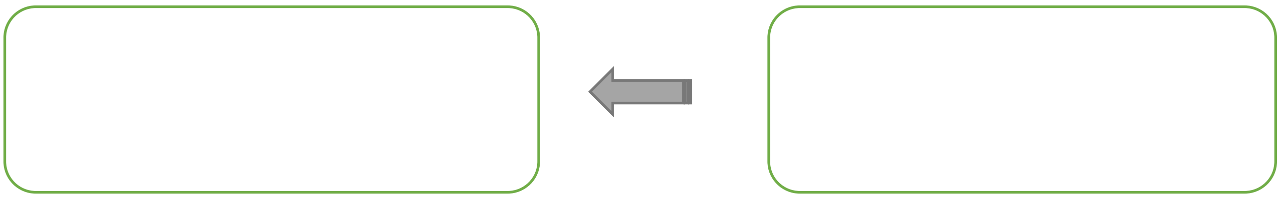
a) **Organización descriptiva**



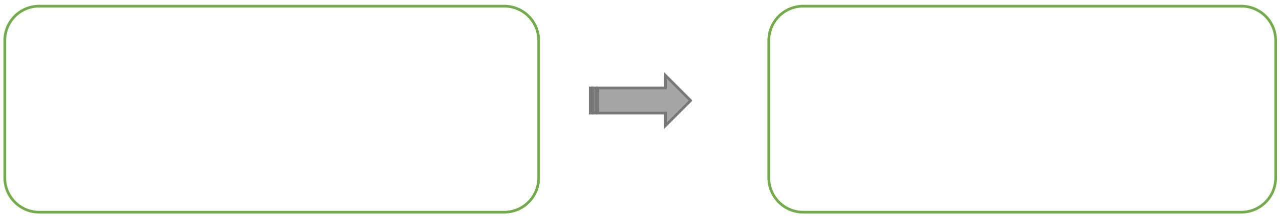
b) Organización serial o de colección



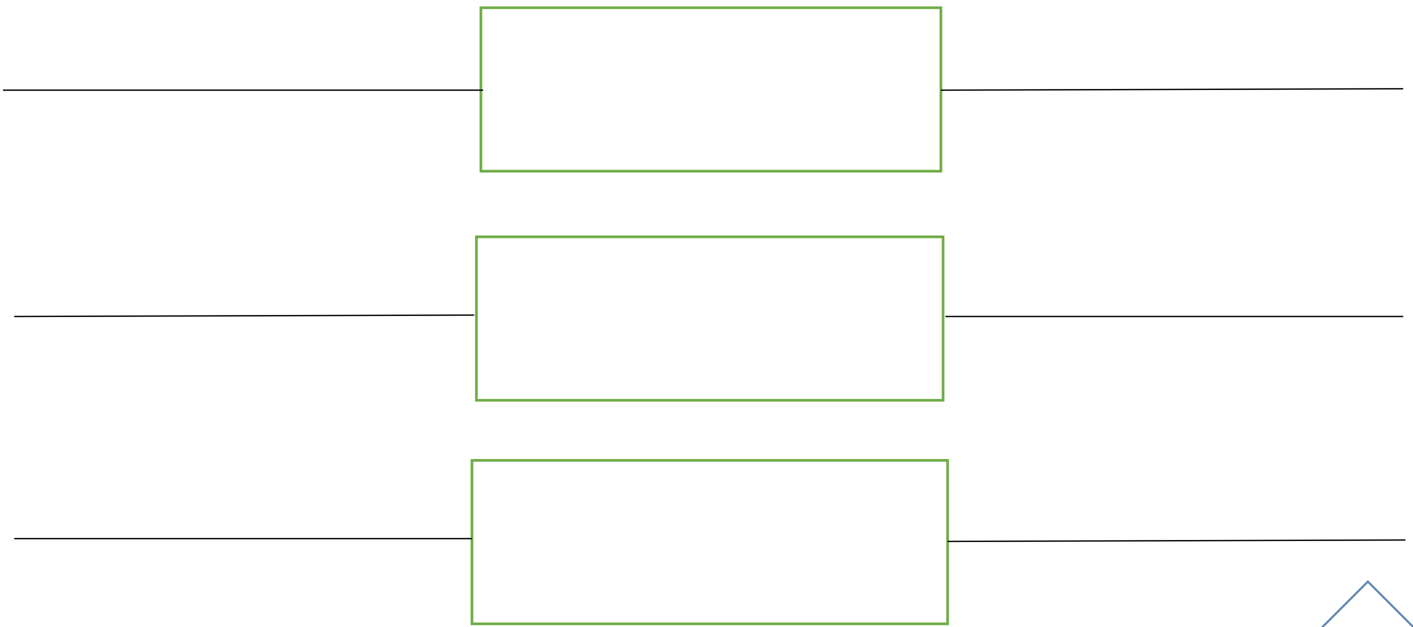
c) Organización causal (antecedente – consecuente)



d) Organización problema- solución



e) Organización comparativa



1.4 Procedimientos retorico-discursivos.

Objetivos:
Reconocer los procedimientos retóricos-lingüísticos más frecuentes según el tipo de estructuración de los textos.
Comprobar la relación entre el procedimiento predominante y el grado de dificultad para la comprensión de los párrafos.

A lo largo de los textos expositivo-explicativos, los contenidos son desplegados a través de diferentes recursos retorico-discursivos, o sea diferentes formas que el autor emplea para lograr su intención comunicativa (informar, explicar, comparar, sostener opiniones, etc.) y que el lector debe captar, a medida que avanza en la lectura del texto. Adoptamos la propuesta de Tremble (1985), quien concibe estos recursos retórico-discursivos como estructuras en las que se combinan relaciones lógico-semánticas con formas sintácticas regulares. Dichos recursos son narración, ejemplificación, enumeración, descripción, causalidad, comparación, generalización/ especificación, clasificación, definición, paráfrasis y procedimientos de cita. Como podemos observar, la causalidad y la descripción, además de constituir formas de la estructura global de este tipo textual, pueden también aparecer en los párrafos, es decir a nivel de las partes de un texto.

Caracterizamos brevemente cada uno de los recursos retórico-discursivos mencionados:

Narración: presenta el contenido a desarrollar como el relato de hechos históricos, de anécdotas, o de una experiencia concreta y particular. El esquema del relato implica la existencia de un conflicto, que afecta a individuos en un espacio y tiempo particular, y se desenvuelve en una serie témporo-causal ordenada.

Ejemplificación: se utiliza para ilustrar el contenido tratado. Selecciona casos particulares y sobresalientes de acontecimientos, situaciones, fenómenos, individuos, datos, que pueden integrar los saberes previos del lector. De este modo se activan operaciones mentales que permiten asociar la nueva información que se transmite con los conocimientos anteriores.

Comparación: se presenta un contenido (dato, fenómeno, experiencia) y se lo relaciona con otro de un dominio diferente con el que se establecen semejanzas y diferencias. De esta manera se facilitan las inferencias que permiten ubicar el nuevo contenido.

Clasificación: permite relacionar los contenidos en virtud de sus rasgos similares. Supone operaciones de comparación, generalización, especificación, para ordenar los contenidos tratados en clases o categorías.

Definición: se exponen los rasgos generales y específicos del contenido a definir lo que implica igualmente la intervención de las operaciones de generalización y especificación. Se presentan definiciones de carácter etimológico, de conceptos, de alcance de términos, etc.

Paráfrasis: consiste en reformular lo expresado a través de diferentes elementos léxicos o estructuras sintácticas. Es un mecanismo de redundancia usado para facilitar y orientar el alcance del contenido expuesto en un determinado sentido.

Otros procedimientos que aparecen con cierta frecuencia son las preguntas retóricas, las citas (estilo directo, indirecto), las evaluaciones en general, son distintas formas de manifestar el compromiso del autor con la temática tratada. Estas formas cumplen la función de orientar al lector con respecto a distintas posiciones y enfoques acerca del objeto de estudio.

En relación con los diferentes procedimientos retórico-discursivos, es importante reflexionar sobre los recursos gramaticales que se usan en correspondencia con cada uno de ellos (estructuras sintácticas, conectores, particularidades morfológicas). Por ejemplo, en uno de los procedimientos mencionados, la definición, veamos las características descriptas y los recursos gramaticales utilizados:

"El sujeto es una instancia social. Es una integridad biológica-psicológica-espiritual-social"

En la definición, dijimos, se dan las relaciones lógicas de generalización y de especificación. En el ejemplo, la generalización (el género próximo) se expresa mediante los sustantivos "instancia, integridad" y la especificación (la diferencia específica), a través de las expresiones "biológica-psicológica-espiritual-social". En cuanto a los recursos gramaticales utilizados, el verbo ser, establece una relación ecuacional (A=B) entre dos términos, entre el concepto sujeto y las expresiones "instancia social" – "integridad biológica, psicológica, espiritual, social". En este caso se usa el tiempo presente con el valor de presente general, que expresa un contenido no referido a un momento o periodo particular, sino a afirmaciones genéricas, enunciados científicos, teológicos, etc.

- Resolver actividad n°5

Relaciones de significado entre palabras

Usar la gramática para leer y escribir

Adriana Collado y Alicia Jiménez de Martín

"Todas las palabras dicen lo que dicen y además más, y otra cosa." Alejandra
Pizarnik (1936-1972), poeta argentina

En este capítulo revisamos algunos recursos lingüístico-discursivos presentes en los textos, que el alumno universitario necesita dominar para ser un lector/escritor competente y autónomo. El tratamiento de los contenidos gramaticales y discursivos seleccionados aparecen como eje transversal a los temas anteriores, puesto que, tanto el manejo como la reflexión sobre estos contenidos son requisitos necesarios para la ejecución de las actividades de lectura y escritura.

La lengua pone a disposición del usuario un inventario de estructuras y formas lingüísticas asociadas a significados. Cuando necesitamos solucionar una necesidad comunicativa, el conocimiento que tenemos de la lengua nos permite seleccionar algunos elementos y algunos tipos de relaciones entre ellos para construir un mensaje que se ajuste a nuestra intención. De la misma manera, como receptores, no sumamos los significados de cada una de las palabras de un texto, sino que construimos un sentido a partir de los indicios o pistas que nos da el emisor. En este capítulo haremos un recorrido por algunos de los recursos que la lengua nos ofrece para construir nuestros textos, poniendo énfasis en los recursos que dan cohesión, al entramado que se realiza a través de la conexión de oraciones, en un contexto que lo ancla en la situación de enunciación.

1.1.Relaciones de significado

Objetivo
Conocer recursos léxicos del sistema lingüístico y su productividad comunicativa.
Construir estrategias para la utilización adecuada del léxico en la lectura y la construcción textual.

El lenguaje, además de ser un instrumento de comunicación, es el medio por el cual interpretamos nuestro entorno, por el que clasificamos o conceptualizamos nuestra experiencia, y por el que podemos estructurar la realidad con el fin de utilizar lo que ya hemos observado para el aprendizaje y el conocimiento.
El lenguaje, entonces, es también un sistema conceptual sin límites fijos, puesto que es posible trascender sus limitaciones mediante diversos tipos de creatividad lingüística.

Consideramos a las palabras como expresiones, es decir como unidades compuestas que tienen forma y significado. El término técnico que usaremos para referirnos a las palabras del diccionario será "lexemas" (de lexicón, diccionario). Un lexema es una unidad léxica. El léxico se puede considerar como la teórica contrapartida de un diccionario. Considerado desde un punto de vista psicológico, el léxico es el conjunto (o la red) de todos los lexemas de una lengua, almacenado en el cerebro de los hablantes competentes, con toda la información lingüística para cada lexema requerido para la producción y la interpretación de los enunciados de una lengua.

El significado léxico de las palabras de puede descomponer en sus rasgos mínimos de significado. Por ejemplo:

	Hombre	Mujer
Humano	+	+
Adulto	+	+
Masculino	+	-

Así 'hombre' y 'mujer' se oponen solo por el rasgo "(+) (-) Masculino". Teniendo en cuenta esta posibilidad de descomposición del léxico en rasgos mínimos, podemos establecer relaciones de significado.

Por ejemplo, podemos decir que dos palabras son "sinónimos" si ambas tienen la misma definición componencial. Así 'adulto' (tomado en su sentido humano), y 'persona mayor' serían sinónimos, a pesar de que se diferencian claramente porque se usan en diferentes contextos.

Cuando consideremos las palabras (y las construcciones) como unidades significativas tenemos que tener en cuenta, por un lado, una única forma se puede combinar con varios significados; y, por otro, un mismo significado puede estar combinado con varias formas de palabras. Estudiaremos esto en los conceptos de homonimia, polisemia y sinonimia. También revisaremos los conceptos de hipo-hiperonimia, y las transferencias de significados que se dan en el uso de metáforas y metonimias.

Sinonimia

Sinonimia es la relación que se da entre dos signos lingüísticos que se utilizan para hacer referencia a la misma entidad. Dos o más expresiones son absolutamente sinónimas si satisfacen las siguientes condiciones:

- Todos sus significados son idénticos
- Son sinónimos en todos los contextos
- Son semánticamente equivalentes en todas las dimensiones del significado, descriptivo y no descriptivo.

Cuando no se cumplen las tres condiciones, hablamos de sinónimos parciales. Existen también expresiones que, teniendo una intersección de significado o núcleo semántico común, se diferencian por motivos dialectales de registro social, de diferente connotación, de profesión del hablante, de confesión, de tendencia política, etc. llamamos a estas expresiones cuasi sinónimos.

"Las vibraciones perturban el aire, produciendo regiones (comprimidas) de densidad superior, llamadas regiones de condensación, alternadas con regiones de densidad menor, llamadas rarefacciones."

En este ejemplo, pueden construirse como sinónimos los pares "densidad superior" con "condensación", y "densidad menor" con "rarefacciones". Sin embargo, para utilizarlos como sinónimos debemos restringirnos a un contexto determinado.

Homonimia

Los homónimos se definen comúnmente como "palabras diferentes que poseen la misma forma". Por ejemplo, las palabras 'llama' (masa gaseosa en combustión) y 'llama' (mamífero rumiante) serían un buen ejemplo de homonimia.

Acerca del fenómeno en que una forma lingüística tiene más de un significado (homónimos) podemos encontrar diferentes puntos de vista entre los estudiosos.

Quienes postulan su existencia, defienden a los homónimos como palabras (lexemas) distintas que poseen la misma forma. Pero, y dado que existen numerosos lexemas que tienen más de una forma, Leech habla de homonimia absoluta, sólo cuando se satisfacen las siguientes condiciones:

(1) Tienen significados no relacionados entre sí

(2) Todas sus formas son idénticas

(3) Las formas idénticas son gramáticamente equivalentes

Definiríamos también a la homonimia parcial, es decir, cuando algunas de las condiciones anunciadas anteriormente no se cumplen, por ejemplo en casos como podar y poder, en que hay formas homónimas como 'podamos', y otras específicas de cada verbo como 'puedan' y 'poden'.

La reflexión acerca de la homonimia total o parcial sería interesante por cuanto tanto la lectura como la producción textual pueden encontrar como dificultad la presencia de enunciados ambiguos.

Sin embargo, desde una perspectiva diferente, otros lingüistas consideran que la diferencia entre homonimia y polisemia no tiene sentido más que en una explicación histórica del significado de una palabra. Veamos a continuación el concepto de 'polisemia'.

Polisemia

Mientras que la homonimia es una relación que se establece entre uno o más lexemas distintos, la polisemia es una propiedad de lexemas únicos.

La diferencia entre polisemia y homonimia no siempre está bien definida. Para delimitarlo, se considera el origen histórico de las palabras y la relación entre significados. A veces, lo que es una homonimia puede ser reinterpretado como polisemia.

Hiponimia:

También es útil distinguir la relación de significados que llamaremos "hiponimia", o "inclusión de significados", lo cual puede describirse en términos de género y diferencia específica: el término más específico es hipónimo del más general, al que llamamos hiperónimo o supraordinario. Veamos el siguiente ejemplo:

"las ciencias humanas, entonces, no son exactas, como las formales; no son tampoco causales, como buena parte de las naturales; pero son rigurosas, como cualquier actividad que pretenda ser científica. (...) son ciencias sociales la historia, la sociología, la psicología, la economía, la lingüística, la criminología, la antropología, el derecho y todas las demás disciplinas científicas que estudian al hombre, no en tanto ser biológico, sino en tanto ser poseedor de libertad, inconsciente, habla y cultura.

En este ejemplo, *ciencias humanas* es hipónimo de *actividad que pretenda ser científica.*

Ciencias sociales opera como hiperónimo de la historia, la sociología, la psicología, la economía, la lingüística, la criminología, la antropología, el derecho.

A la vez, *ciencias sociales* funciona como hipónimo de *disciplinas científicas*.

- Resolver actividad 7

Transferencia de significado: metáfora y metonimia

En la polisemia intervienen procedimientos de extensión semántica y de transferencia de significados.

Uno de los principales factores operativos del cambio semántico es la extensión metafórica. La competencia lingüística del hablante le permite establecer relaciones de extensión entre significados. Por ejemplo ‘pie’ (parte final de la pierna), se extendió y también se usa ese signo para significar ‘la parte más baja de la montaña’. La creatividad lingüística nos muestra cómo los significados pueden extenderse hasta la metáfora. La metáfora, más allá de un recurso literario, es un mecanismo cognitivo por medio del cual aprehendemos la experiencia y la expresamos en el discurso. La base de la metáfora radica en nuestro sistema conceptual, e impregna nuestro lenguaje y pensamiento habitual. Constituye un mecanismo para comprender y expresar situaciones complejas sirviéndose de conceptos más básicos y conocidos.

“en la oscuridad de la psicología de la Gestalt los gatos son tan grises como en las antiguas nieblas del asociamiento universal”

Cuando una acción o evento se expresa a través de un sustantivo abstracto, podemos decir que se está utilizando una metáfora: se ‘confisca’, se da entidad de objeto a un evento, a través de la utilización del recurso gramatical de la ‘nominalización’. Esta estrategia permite incorporar en el discurso procesos o eventos de manera presupuesta, es decir, con fuerza de verdad, para cuya refutación se requerían mecanismos más complejos.

“Gran parte de lo que se concibe como globalización surge del proceso de desregulación de las transacciones financieras y de la liberación del comercio de bienes y servicios.”

Pero nuestra poética internalizada no se basa exclusivamente en la metáfora: incluye todo tipo de lenguaje figurado, como la metonimia, la hipérbole y la ironía. La metonimia puede definirse cognitivamente como un tipo de referencia indirecta por la que aludimos a una entidad implícita a través de otra explícita. Por ejemplo, cuando mencionamos el todo por la parte: “suena el teléfono” (utilizamos esta expresión para significar que el timbre del aparato está sonando). Es decir, el teléfono es el punto de referencia que activa una subparte relevante, y sirve para vincular ‘el teléfono’ con ‘suena’. Otras veces, se menciona una parte, pero se significa el resto:

“pero la televisión está muy lejos de ser el mejor amplificador de la voz de los políticos”

- Resolver actividad n° 8

1.2 Deixis y modalizadores

Objetivo
Conocer recursos gramaticales que contribuyen a dar cohesión al entramado textual.
Utilizar los recursos de cohesión gramatical como índices de lectura y estrategias para la producción textual.

1.2.1 Deixis

Para que un texto resulte bien construido, debe haber cohesión entre sus componentes, es decir, la sucesión de enunciados debe estar bien tratada a través de procedimientos gramaticales, léxicos y léxico-gramaticales.

Existen elementos en el sistema de la lengua que nos permiten referirnos (señalar) a entidades, personas u objetos que ya han sido mencionados en el discurso o que están fuera de él. Llamamos a este fenómeno deixis. La deixis es un fenómeno que se da tanto en los pronombres como en los verbos. Por ello, hablamos de deixis pronominal y deixis verbal.

Deixis pronominal

Los pronombres son una clase especial de palabras que tienen la capacidad de señalar o mostrar elementos que están mencionados en el discurso o elementos que están en el contexto de situación en el que aparece el discurso de referencia. De acuerdo con esto, clasificamos a la deixis pronominal de la siguiente manera:

Deixis exofórica: una forma lingüística señala un elemento que está fuera del discurso, en la situación en la que ese enunciado tiene lugar. A través de él se señala así al hablante y al oyente, al contexto estacional-temporal. Por lo general, son los pronombres personales (de 1º y 2º persona), posesivos y demostrativos.

"Ahora demos (nosotros) un paseo por una casa"

Deixis endofórica: un elemento del texto señala a otro del mismo texto, que está mencionado antes (anáfora), o que será mencionado después (catáfora). Suelen cumplir esta función los pronombres personales (de 3º persona), posesivos, relativos, enfáticos e indefinidos.

"El estado *no está en el comercio jurídico; no puede negociarse respecto de él, ni se puede transar, ni renunciar al derecho de reclamarlo*"

"Tales son el sexo, la edad, la profesión, la salud mental… *Estos elementos constitutivos de estado consisten a veces…"*

Deixis temporal

La categoría deíctica típica del verbo es el tiempo, que indica la ubicación de los sucesos o estados de cosas en relación con algún punto de referencia temporal. En la deixis temporal podemos también establecer la siguiente clasificación:

Deixis exofórica: el momento en que tiene lugar la emisión es el eje (o punto cero – 'presente') en torno al cual se organizan los diversos momentos denotados por los verbos: 'pasado', para mencionar un suceso anterior al momento en que se emite el enunciado, 'futuro' para señalar un acontecimiento posterior al momento de la emisión.

Deixis anafórica: los tiempos verbales también pueden contraer entre sí relaciones anafóricas, es decir, que remitan a un punto de referencia presente en el discurso.

- Resolver actividad n° 9

3.2.2. Modalizadores

Dado que la lengua es un sistema de opciones, un potencial que se realiza en el texto, el hablante selecciona aquellos recursos que le permitan ajustar su expresión a la intención comunicativa.

La modalidad de un enunciado se construye a través de diferentes recursos que expresan la intención del hablante, señalada por estrategias gramaticales, que expresan el grado de compromiso hacia lo expresado: credibilidad, obligatoriedad, deseabilidad o realidad.

Así, el modo verbal, ciertas palabras que operan como índices de actitud, y la presencia de verbos auxiliares como poder-deber, etc., modalizan las expresiones.

La estructura sintáctica seleccionada para expresar una oración permite modalizar el enunciado, por ejemplo, cuando el discurso científico selecciona el uso impersonal de los verbos, o la elección de sujetos no animados o formas pasivas de los verbos.

Ej.: "<u>Se cultivaron</u> in vitro células de la glándula mamaria"

"es cierto que <u>la política</u> recorta espacios televisivos en los cuales impone sus propias reglas, y quiebra el flujo perpetuo de la imagen televisiva."

"*dichas células fueron posteriormente <u>fusionadas</u>*"

La construcción textual: marcadores discursivos y puntuación

Objetivo
Conocer recursos lingüísticos que contribuyen a dar cohesión al entramado textual. Utilizar los recursos de cohesión gramatical y léxico- gramatical como índices de lectura y estrategias para la producción textual.

3.3.1 Marcadores discursivos

Entre los elementos de un texto hay algunos enlaces que conectan una cláusula con otra, señalándonos de qué manera se debe entender lo que está a continuación, en relación con lo que le precede. Las palabras que tienen como función marcar relaciones entre las oraciones de un texto se denominan 'marcadores textuales o discursivos', 'operadores discursivos', 'ordenadores del discurso', 'operadores pragmáticos', etc. estos elementos poseen los siguientes rasgos:

- Son invariables morfológicamente
- Constituyen en general frases lexicalizadas
- Poseen una multifuncionalidad textual, por lo que su valor debe ser inferido del uso particular y contextualizado

Los marcadores poseen un cometido coincidente con el del discurso: el de guiar las inferencias que se realizan en la comunicación.

A continuación, incluimos una clasificación posible de marcadores discursivos (Bosque 1999). La lista no es exhaustiva, y su inclusión en este texto tiene por objeto la de brindar una guía al alumno para la identificación de marcadores en los diferentes textos.

La frecuencia de aparición de los distintos tipos de marcadores en un texto depende de la intencionalidad del mismo. O, al revés, la presencia de determinados marcadores opera como 'pista' para inferir el tipo y la intencionalidad de un texto determinado.

ESTRUCTURADORES DE LA INFORMACIÓN	Comentadores	Pues, pues bien, así las cosas
	Ordenadores	En primer lugar, por una parte/por otra parte
	Digresores	Por cierto, a todo esto, a propósito
CONECTORES	Aditivos	Además, encima, aparte, incluso
	Consecutivos	Por tanto, por consiguiente, en consecuencia, por ende, entonces, de ahí
	Contraargumentativos	En cambio, por el contrario, pero, sin embargo, no obstante
REFORMULADORES	Explicativos	O sea, es decir, esto es, a saber
	De Rectificación	Mejor dicho, más bien, mejor aún

	De Distanciamiento	En cualquier caso, de todos modos, en todo caso
	Recapitulativos	En suma, en conclusión, en fin
OPERADORES ARGUMENTATIVOS	De Refuerzo Argumentativo	En realidad, en el fondo, de hecho
	De Concreción	Por ejemplo, en particular
MARCADORES CONVERSACIONALES		Claro, desde luego, bueno, bien, hombre, mira, oye, bueno, eh, este

- Resolver actividad n° 11

3.3.2 La puntuación: un aspecto central en el proceso de escritura

Objetivo Reflexionar sobre el uso de los signos de puntuación como recurso de cohesión textual

Uno de los aspectos a los que se les ha dedicado menos importancia y tiempo en la enseñanza de la escritura es la puntuación. Con frecuencia sólo se la incluye como un requisito más del cumplimiento programático de la enseñanza de nuestra lengua a través de la presentación del uso de cada signo de puntuación y algunos ejemplos de aplicación. Lo cierto es que el alumno, al terminar el nivel medio y al proseguir estudios superiores o actividades laborales, experimenta numerosas dudas sobre dónde puntuar, con qué signo hacerlo, qué diferencia semántica se produce en el texto al usar uno u otro signo, etc.

Entre los problemas que surgen sobre este tema de la puntuación figura la delimitación de las unidades que componen el sistema y la diferenciación de dichas unidades con respecto a los de la tipografía. Es decir, resulta muchas veces difícil determinar dónde se acaba el dominio de la puntuación que necesita conocer y manejar todo usuario de una lengua y dónde comienza el ámbito especializado de la tipografía, propio de la actividad tipográfica e impresora. Cabe señalar que en este sentido la expansión de la informática ha llevado a ubicar la puntuación junto a la tipografía; son numerosos los recursos tipográficos que se están difundiendo entre los usuarios y que antes eran usados solo por las imprentas y editoriales.

La puntuación ocupa un lugar relevante en la elaboración y en la comprensión del texto escrito, es decir, es un subsistema constitutivo de la prosa que colabora en construir significado textual. Podemos dar abundantes ejemplos en los cuales se puede constatar que la puntuación incide en el significado de un texto, no es un aspecto al margen, ni tampoco, la significación del texto se crea en forma completa antes de puntuar.

En los siguientes ejemplos podemos comprobar que en cada pareja de oraciones las diferencias de significado entre la opción a y b se deben a la aportación semántica de los signos de puntuación.

1a. los niños saltaron por la ventana; gritando, el padre los castigó. (El que grita es el padre)

1b. los niños saltaron por la ventana gritando; el padre los castigó. (los que gritan son los niños)

2a. Este alumno (un niño de 13 años) ha aprobado con éxito el examen. (Descripción neutra: tiene 13 años)

2b. Este alumno- un niño de 13 años- ha aprobado con éxito el examen. (modalización: ¡sólo tiene 13 años!)

En síntesis, destacamos que al ser la puntuación un buen indicador para medir el grado de calidad de un escrito, los docentes deberán incluir diversas estrategias para profundizar el manejo de este aspecto de la escritura en los estudiantes, o sea deberán abordar este tema como problemática relevante en la enseñanza de la composición de textos escritos.

Al respecto se puede consultar la "Ortografía de la Lengua Española", publicada por la Real Academia Española. Creemos que constituye un documento de regencia permanente por parte del estudiante.

- Resolver actividad n° 12

El informe académico

Una de las partes más importantes de toda investigación es la comunicación de los resultados, lo cual se hace por medio de la redacción del informe.

La redacción del informe del trabajo de campo es la forma en que presentaremos los resultados y conclusiones sobre el tema indagado y también sobre las técnicas y procedimientos que hemos utilizado en nuestro trabajo. Los dos requisitos básicos a tener en cuenta en la elaboración del informe son:

- ✓ La **claridad**: expresar las ideas de tal manera que su comprensión sea fácil e inmediata, evitando términos ambiguos y aquellos cuyos significados desconocemos. El lenguaje debe ser el propio del tema tratado, es decir, utilizar vocablos técnicos propios del asunto tratado.
- ✓ La **precisión**: requiere no abundar en datos e informaciones inútiles, suprimir acotaciones que no vengan al caso y toda referencia que se aleje del tema central.

<u>Estructura</u>

Las secciones fundamentales que debe reunir un informe de investigación son:

- **Parte preliminar**: descripción muy general del contenido primordial del informe. Comprende:
  - Portada

  - Índice
  - Prólogo
  - Introducción
- **Cuerpo**. Exposición de las temáticas más sobresalientes que se derivaron del tratamiento y del análisis de los materiales seleccionados. Comprende:
  - Exposición de resultados
  - Conclusiones y recomendaciones
- **Anexos**: incluyen los materiales que permiten apoyar las ideas y los conceptos expuestos en el cuerpo del informe. Comprende:
  - Apéndice
  - Bibliografía

Práctica

Actividad n° 1

Umberto Eco[5] dice

El texto es una máquina perezosa que le pide al lector que le haga parte de su trabajo. Pobre del texto si dijera todo lo que su destinatario debería entender, no acabaría nunca…

a- ¿Qué quiere decir el autor cuando habla de "máquina perezosa"?

b- Enumera al menos tres de los "trabajos" que debería hacer el lector con el texto.

c- ¿Qué tareas piensas que deberás realizar al momento de enfrentarte a los textos propios de tu carrera?

Texto: del lat. textus; propiamente 'trama', 'tejido'

d- De acuerdo con el origen etimológico de la palabra texto, explica qué relación encuentras entre dicho origen y el concepto que tienes del mismo.

Actividad n° 2

Observa la presentación en PP de los tipos de cohesión que existen y luego resuelve las actividades propuestas.

Actividad n° 3

Escribe un concepto amplio de texto a partir de lo leído en las pp 4 a 7 y de las actividades realizadas.

Actividad n° 4

a. De acuerdo a lo leído, completa:

Los **paratextos** son……………………………………………………………………………………..

……..

……..

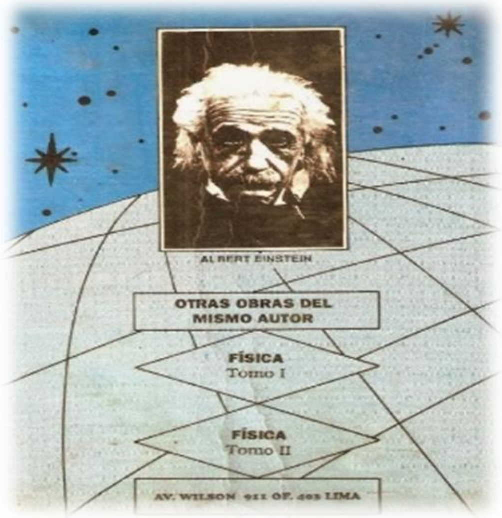
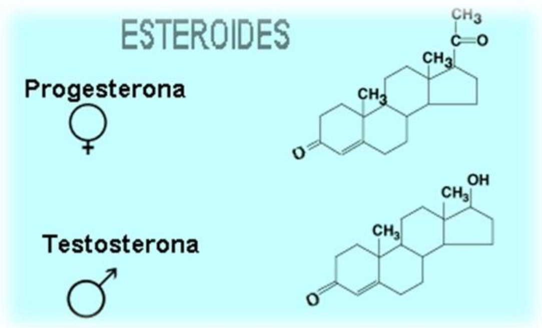
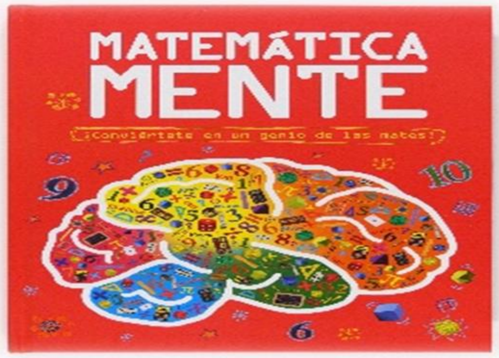
Entre sus **funciones** principales están………………………………………………………………......

……..

……..

[5] Escritor y filósofo italiano, experto en Semiótica.

b- Nombra y describe brevemente los **recursos** del paratexto:

<table>
<tr><td>

Dedico este libro a todos
los que han descubierto que hay
vida antes de la muerte.

</td><td></td></tr>
<tr><td>

</td><td></td></tr>
<tr><td>

PROLOGO

Agotada la segunda edición de mi obra TEORÍA Y MANEJO DE LA REGLA DE CÁLCULO LOGARÍTMICA, al llegar el momento de preparar la tercera he reformado, revisado y ampliado su texto para incluir en él, no sólo los tipos de reglas ya estudiados, sino los modelos todavía más completos, que además de los ya reseñados, se construyen en Norteamérica. El número de los ejercicios selecionados ha pasado también de los seiscientos a los ochocientos.

Al quedar el libro tan ampliado, resulta mucho más completo, y la nueva ordenación dada al mismo evita el que por ser una obra extensa sobre las reglas de cálculo el lector, sobre todo el principiante, tenga dificultad en encontrar, entre todas, la explicación correspondiente a la regla que tenga o le interese adquirir.

He venido observando que a una parte del público que solicitaba las ediciones anteriores de mi obra le resultaba el libro demasiado amplio para los límites a que aspiraba llegar en el manejo de la regla de cálculo; al completar el libro en su tercera edición, queda más marcada todavía esta separación entre lo que él

</td><td></td></tr>
<tr><td>

CONTENIDO

Contenido V
Prólogo VII
1 Usos actuales de agaves y cactos 1
2 Ventajas del Metabolismo Ácido de las Crasuláceas 25
3 Tolerancias especiales para la sequía y la temperatura 49
4 Cuestiones del cambio climático mundial 69
5 Absorción de CO_2, Índice de Productividad Ambiental 89
6 Productividad de la biomasa - Trucos del oficio 109
7 Utilización futura de agaves y cactos 125
Glosario 145
Índice 151
Referencias y Lecturas Adicionales 157

</td><td></td></tr>
</table>

El proyecto o protocolo[1] (Garcedo, 1998:29) se adecuará al campo científico en que se desarrolle. No obstante señalaremos en líneas generales los elementos y puntos de que constará... [1]Protocolo: Planeación del desarrollo de una investigación que será llevada al campo en un futuro próximo. (Garcedo, 1998)	

EL TEXTO EXPOSITIVO

Actividad n° 5

a. Lee atentamente el concepto y función del **Esquema de contenido**

Ayuda a visualizar globalmente la información. Se trata de un gráfico que resalta los conceptos más relevantes representando visualmente **la jerarquía y las relaciones** que se establecen entre ellos. De esta manera, hace posible al lector reconocer la estructura subyacente del texto ya que refleja la organización del contenido. Pasos:

- identificar los conceptos clave de un área de conocimiento;
- realizar un listado con los mismos;
- ordenar esos conceptos, ubicándolos dentro de recuadros u óvalos y comenzando por el más general o inclusivo –que se posiciona en la parte superior- hasta los más específicos –que se colocan en la parte inferior-;
- establecer las relaciones entre los conceptos seleccionados, marcándolas con líneas o flechas y teniendo en cuenta que las conexiones crean significado;
- conjuntamente con esas uniones pueden agregarse palabras que describan de qué manera se relacionan los conceptos;
- tener presentes estos principios: jerarquización de ideas, coherencia interna y claridad

b- Luego de la lectura de la información contenida en las pp. 10 a 17, elabora un esquema de contenido que contenga los ítems indicados sobre el texto expositivo. Revisa los pasos indicados anteriormente.

a- Concepto de texto expositivo

b- Contextos de uso

c- Formas de organización

d- Principales procedimientos del texto expositivo

<u>Actividad n° 6</u>

a-Lee atentamente el texto n° 1.

b- Resuelve las actividades de la guía 1.

c- Elige y justifica cuál de los esquemas de organización representa mejor la disposición de la información del texto n° 1.

Relaciones de significado entre palabras

<u>Actividad n° 7</u>

Luego de la lectura de la información contenida en las pp. 17 a 21**,** resuelve las siguientes consignas:

<u>Sinonimia, polisemia, hiponimia y homonimia</u>

a- Elabora un cuadro en el cual especifiques claramente las características de: sinonimia, homonimia, polisemia e hiponimia.

b. Observa los siguientes ejemplos e identifica en ellos los fenómenos definidos anteriormente.

"La gloria, el éxito, la popularidad, el espejismo de ser conocido, estimado y admirado... se presenta de distinta manera a los ojos de los escritores." *Pío Baroja*

"Pérfidos, desleales, fementidos,
crueles, revoltosos y tiranos:
cobardes, codiciosos, malnacidos,
pertinaces, feroces y villanos;
adúlteros, infames, conocidos
por de industriosas, más cobardes manos."

Fragmento de El cerco de Numancia, de Miguel de Cervantes.

"En toda instancia de evaluación formal, el docente debe ser claro en las consignas. Ya sea que se trate de un parcial, lección oral, coloquio, examen final…"

Actividad n° 8: Transferencia de significado, *metonimia* y *metáfora*

a. Observa los siguientes ejemplos y explica qué ocurre con el uso de la lengua.

"Anda detrás de un pollera"

"Hice el gol de mi vida"

"La mejor pluma de la literatura hispana"

b. Escribe el concepto de ambos fenómenos del lenguaje y escribe y/o busca tus propios ejemplos.

Actividad n° 9: Deixis: *pronominal* y *temporal*

Luego de la lectura de la información contenida en las pp. 22-23, especifica en un cuadro: concepto, características de ambos fenómenos y ejemplos.

<u>Actividad n° 10</u>: *Modalizadores*

a. Luego de la lectura de la información contenida en la p. 23, parafrasea en qué consiste este rasgo presente en los textos.

b. Busca modalizadores en los siguientes ejemplos:

"En la ceremonia estuvieron presentes los gobernadores de tres provincias" **/** *"En la polémica ceremonia estuvieron presentes los gobernadores de tres provincias"*. **/** *Si bien es cierto que en la ceremonia estuvieron presentes los gobernadores de tres provincias."*

LA NACION

lanacion.com

Ratificó Londres que nunca negociará por las Malvinas

Cameron cuestionó el bloqueo y dijo que no hará gestiones con la Argentina por la soberanía

Nueva por el sobre

<u>Actividad n° 11</u>: *Marcadores discursivos*

a- Menciona los principales rasgos de este recurso cohesivo.

b. Revisa el cuadro con los principales marcadores y reconoce alguno de ellos en los siguientes ejemplos:

- ✓ *"El animal tiene una inteligencia cautiva porque una rutina biológica determina sus comportamientos. Por el contrario, la especie humana se aleja de la monotonía animal."*
- ✓ *"La madre, durante las largas horas de conversación que mantiene con su hijo le enseña a mirar el mundo. El léxico es, pues, el mapa del mundo que el niño va a heredar."*
- ✓ *"La inteligencia nos permite conocer la realidad. Además, nos permite vivir y pervivir."*
- ✓ *"Analicemos una operación artística: el dibujo. Por ejemplo, ¿cómo se inventa una caricatura?"*
- ✓ *"Los animales poseen una memoria de reconocimiento, es decir, utilizan la información ante el estímulo adecuado."*
- ✓ *"Quiero, por lo tanto, hacer ciencia, pero ¿cómo librarme del pasmo, la diversión, el apasionamiento que me produce el tema de este libro?"*

(Antonio Marina, Teoría de la inteligencia creadora)

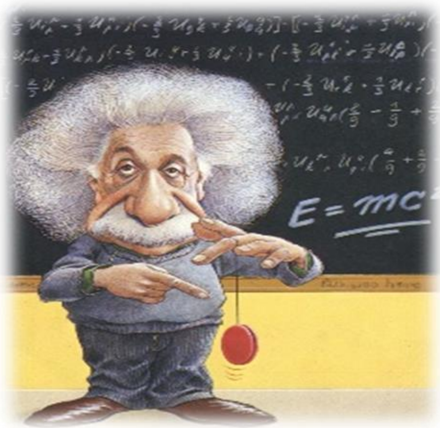
<u>Actividad n° 12:</u> *Puntuación*

Luego de la lectura acerca de la importancia del uso de signos de puntuación (PP.- 25-26), reflexiona sobre ello revisando los siguientes ejemplos:

Los que escriben «haber» en lugar de «a ver» deberían «hirviendo» cómo solucionar ese problema.

—Hazte para allá que no cabo.
—Se dice "quepo".
—Da igual, al fin y al quepo me entendiste.

Guías de lectura y práctica



PROCESOS PRODUCTIVOS ARTESANALES

La producción artesanal es la que se realiza en forma manual y con poca o ninguna intervención de energía mecánica. Normalmente, la producción artesanal usa los recursos y materias primas locales y las actividades se llevan a cabo en talleres familiares o comunitarios.

Artesanía se refiere tanto al trabajo del artesano (normalmente realizado de forma manual por una persona sin el auxilio de maquinaria o automatizaciones), como al objeto o producto obtenido en el que cada pieza es distinta a las demás. La artesanía como actividad material se suele diferenciar del trabajo en serie o industrial.

Para muchas personas, la artesanía es un término medio entre el diseño y el arte. Para otros es una continuación de los oficios tradicionales, en los que la estética tiene un papel destacado pero el sentido práctico del objeto elaborado es también importante.

Uno de los principales problemas de la artesanía es la competencia con los productos procedentes de procesos industriales de bajo coste, con apariencia similar a los productos artesanos, pero con menor precio y calidad.

Otra dificultad para los artesanos es la forma de comercializar sus productos, ya que es una característica de la artesanía, que se realice en talleres individuales o de pocas personas, con poca capacidad para llegar al mercado.

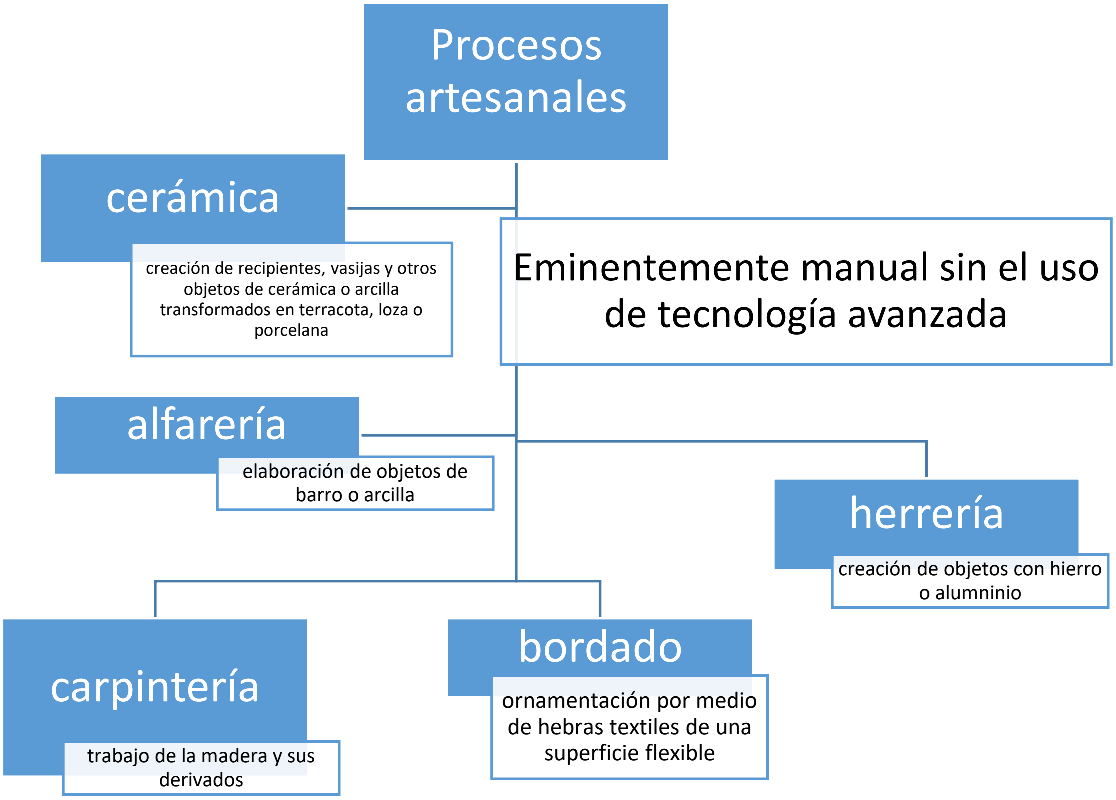
El trabajo artesanal continúa vigente en la actualidad y de hecho es apreciado por muchos sectores sociales. Además, existen profesiones en las que se requiere este tipo de trabajo porque no es posible automatizar el proceso para generar el producto requerido; por ejemplo: el mantenimiento de computadoras, la odontología, las instalaciones eléctricas, entre otros.

La tecnología para la satisfacción de necesidades e intereses sociales y para la mejora de procesos y productos.

La tecnología responde a demandas e implica plantear y solucionar problemas concretos de las personas, empresas, instituciones o del conjunto de la sociedad. Detrás de los desarrollos tecnológicos hay generaciones enteras que han conservado y transmitido el saber y su aplicación.

En el pasado, los seres humanos se dedicaron a crear tecnologías para satisfacer las necesidades primarias (alimentación, vestido, vivienda) y en ocasiones podían tardar años o siglos (la agricultura) en encontrar o perfeccionar la solución buscada. La necesidad empujaba la investigación, una experimentación en un primer momento empírica, basada únicamente en ensayo y error. El binomio necesidad-técnica nos ha posibilitado vivir sin depender de la naturaleza y de una forma más humana. Sin embargo, en ocasiones la relación entre ambas se ha invertido y en ocasiones la mercadotecnia de la tecnología es la que crea necesidades. Por ello es necesario adoptar un espíritu crítico que distinga qué tecnologías son necesarias y cuáles no, e incluso que diferencie entre las tecnologías cuyo uso es dañino o inútil y las que resultan benéficas.

Entonces, el proceso artesanal es un proceso manual donde no se requiere el uso de tecnología sofisticada, si no el uso de las materias primas, máquinas y herramientas. Hecho en un pequeño taller familiar o en una comunidad nativa dicho proceso se divide en varios tipos: alfarería, carpintería, herrería, bordado, cerámica, entre otros.



Actividades

1. Antes de la lectura completa del texto, identifica con el nombre los paratextos.
2. Explica cuál es la función de cada uno de ellos.
3. ¿Piensa que con la sola lectura de los paratextos el lector se puede aproximar al contenido del texto?
4. Escriba su propia inferencia sobre el posible contenido del texto a partir de los paratextos identificados.
5. Lea en forma completa el texto y diga si su inferencia se acercó o no al contenido del mismo. Diga en qué sí y en qué no.
6. ¿Cumple con todas las propiedades del texto? Justifique su respuesta.

7. Enumere y relea cada párrafo y resuelva:

a- ¿Cuál es el tema del texto? Enúncialo en una oración unimembre.

b- Coloca un subtítulo adecuado a cada párrafo.

c- Reconoce y resalta tres definiciones que aparezcan.

8. Resuelve:

a- ¿Qué frase funciona como antónimo de “procesos artesanales”? Márcala.

b- ¿Cuál es la función del conector “*por ello*” en relación con la idea que se viene desarrollando?

9. Menciona y justifica si el texto analizado cumple todas las funciones propias del texto expositivo. Justifica tu respuesta.

10. Realiza el esquema de contenido correspondiente al contenido del texto.

Texto 2

Se denomina Química a la ciencia que estudia tanto la composición, estructura y propiedades de la materia como los cambios que ésta experimenta durante las reacciones químicas y su relación con la energía. La palabra Química proviene probablemente del vocablo árabe kēme (kem, ك يم ياء), que significa 'tierra'). La Química constituye una ciencia central de gran amplitud que abarca desde el estudio del mundo subatómico hasta el de los materiales más diversos, incluidos los procesos de transformación o de síntesis de los mismos.

La Física, por su parte, se trata de la ciencia que estudia las propiedades de la naturaleza con el apoyo de la matemática. La física se encarga de analizar las características de la energía, el tiempo y la materia, así como también los vínculos que se establecen entre ellos. Física es un término que proviene del griego *phisis* y que significa "realidad" o "naturaleza". Esta ciencia no desarrolla únicamente teorías, también es una disciplina de experimentación. Sus hallazgos, por lo tanto, pueden ser comprobados a través de experimentos. Además sus teorías permiten establecer previsiones sobre pruebas que se desarrollen en el futuro.

Gracias a su vasto alcance y a su extensa historia, La Física es clasificada como una ciencia fundamental. Esta disciplina científica puede dedicarse a describir las partículas más pequeñas o a explicar cómo nace una estrella, por ejemplo. Galileo Galilei, Isaac Newton y Albert Einstein han sido algunos de los físicos más reconocidos de la historia. El desarrollo originario de la física, de todos modos, quedó en mano de los filósofos griegos entre los que se destacaron: Empédocles que fue un filósofo y físico griego que llevó a cabo la demostración de la existencia del aire; Demócrito, considerado como el padre de la escuela atomista y lo que realizó fue exponer que los citados átomos no se pueden dividir en ningún momento.

La Química también cuenta con destacados precursores, Tales (625 – 546 AC) quien elabora la tesis de que la diversidad de las cosas encuentran la unidad en un elemento primario. En términos de interrogante su indagación puede resumirse de la siguiente forma: ¿Puede cualquier sustancia transformarse en otra de tal manera que todas las sustancias no serían sino diferentes aspectos de una materia básica? Un precursor más reciente fue J.J. Thomson que nació en Inglaterra, el día 18 de diciembre de 1856 , se destacó en su época por descubrir el electrón de los isótopos e inventar el espectrómetro de masa, En 1906 fue galardonado con el Premio Nobel de Física.

La Química posee teorías muy conocidas y relevantes en el campo científico. Entre ellas, cabe mencionar la teoría atómica de Dalton; el modelo atómico de Thomson y Modelo atómico de Rutherford,

La relatividad, que toma en cuenta el campo del espacio-tiempo y las interrelaciones de la gravedad; el electromagnetismo encargado de estudiar la luz y otras cuestiones electromagnéticas; la mecánica clásica que se centra en el desplazamiento de los cuerpos y la mecánica cuántica, especializada en el universo atómico, forman parte de las teorías principales de la física.

Actividades

1. Lee atentamente el texto 2 y luego escribe en el recuadro un título adecuado al contenido desarrollado en el mismo.

2. Resuelve:

a- Señala los referentes de los pronombres "*ésta*"; "*ellos*" y "entre *ellos*". (1°-2°-5° párrafo respectivamente).

b- Rastrea y subraya sinónimos de *Física*.

c- Clasifica y explica la función de los conectores recuadrados en el texto.

d- Señala los siguientes procedimientos propios del texto expositivo: definición/ejemplificación/comparación/clasificación.

e- ¿Química y Física son hipónimos de qué término? Extráelo.

f- Con ayuda de la información del texto, construye paráfrasis de Física y de Química.

3. Coloca subtítulos adecuados a cada párrafo.

4. Elige subtítulos adecuados al contenido de cada párrafo.

5. Realiza el esquema de contenido correspondiente al contenido del texto.

Texto n° 3

Actividades

1. Sólo a partir de la lectura de paratextos anticipa el contenido del texto.

2. Lee en forma completa el texto y explica si tu hipótesis se acercó o no al tema desarrollado.

3. Escribe una oración unimembre que dé cuenta del tema central del texto.

4. Coloca un subtítulo adecuado a cada párrafo.

5. Elige el esquema que represente mejor la organización general del texto.

6. Resuelve:

a- Explica el uso de comillas en la palabra “cerebro”.

b- Busca y señala ejemplos para los siguientes procedimientos: narración/ comparación/ clasificación/ ejemplificación/ paráfrasis/ definición.

c- Indica con una flecha los referentes de los pronombres resaltados en el texto.

7. Realiza el esquema de contenido correspondiente al contenido del texto.

Una mirada retrospectiva de la tecnología Robótica

Desde la más remota antigüedad, los seres humanos han intentado construir máquinas que imitasen la forma y el movimiento de los seres vivos. La culminación de este largo proceso ha sido el robot industrial. Su aparición en la primera mitad del siglo XX está permitiendo a las industrias automatizar su producción, con lo que cada vez necesitan menos de la mano de obra humana.

La palabra robot deriva de la palabra checa robotnik, y significa siervo. Fue utilizada por primera vez en el año 1923 por el escritor de esa nacionalidad Karel Capek en una obra de teatro

Mientras que en algunas personas crece el temor de que computadoras y robots les desplacen de sus puestos de trabajo, otras auguran una sociedad de ocio y abundancia en la que ya no será preciso que realicemos las tareas más monótonas, duras o peligrosas.

La palabra autómata se aplica tradicionalmente a las máquinas cuyo aspecto exterior se asemeja al de un ser vivo y que disponen de una fuente de energía y de un conjunto de mecanismos ingeniosamente diseñados para imitar sus movimientos.

No se ha podido establecer si son fruto de la leyenda o realmente fueron construidas las estatuas animadas en el templo de Dédalo. Lo mismo sucede con las aves mecánicas creadas por Hero de Alejandría en el siglo II a. C. Ambas invenciones tenían la capacidad de volar.

Sí tenemos constancia, en cambio, de varios hombres y animales mecánicos construidos por relojeros y hombres de ciencia del Renacimiento y que servían de distracción a la corte o se exhibían en las ferias populares. Entre ellos, se destaca el famoso león animado construido por Leonardo Da Vinci.

Vaucanson construyó diversos autómatas a partir de 1737, entre los que se destaca su famoso pato, que era capaz de mover las alas, zambullirse en el agua y comer gran cantidad de alimentos. Actualmente, se puede admirar en el Conservatorio de Artes y Oficios de París.

Ya en el siglo XX, el ingeniero español Leonardo Torres Quevedo publicó su *Ensayo sobre automática* y construyó un autómata que le haría famoso: el ajedrecista.

El primer robot industrial se construyó en 1960 y fue obra de George Devol. Su funcionamiento estaba controlado por una computadora y podía emplear varias herramientas y realizar diferentes trabajos. Más que de la fantasía, como era el caso de los autómatas que le precedieron, el robot industrial nació de una exigencia práctica: aumentar la productividad de las empresas y mejorar la calidad de los productos.

Desde la aparición del microprocesador, es decir, "el cerebro" de una computadora, a mediados de la década de los setenta, el crecimiento de la robótica no se ha detenido, y en el momento actual nos ofrece unas posibilidades propias de los relatos de ciencia ficción.

Los principales países productores de Robots industriales son Estados Unidos, Japón y Suecia. Por lo que respecta a Japón, en 1983 ya tenía instalados trece mil robots industriales. Suecia, por su parte, es el pionero de la robótica en Europa.

(Texto extraído de Enciclopedia Temática especializada Marred)

Prof. Cecilia Gutiérrez

Texto n° 4

Propiedades de la materia

Se entiende por propiedades de la materia, simplemente alguna descripción de algún tipo.

Por ejemplo: observando un trozo de hierro vemos su color, su resistencia al rayado, podemos pesarlo, determinar su volumen, comprobar cómo se comporta frente a un ácido, etc.

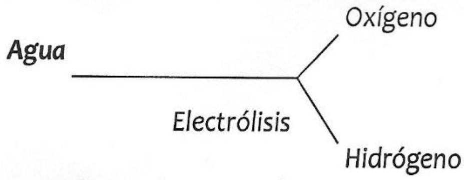
Evidentemente son muchas las descripciones de este tipo que podemos acumular acerca de una determinada sustancia y cuanto mayor sea el número de propiedades conocidas, tanto más será lo que sabremos en general de dicha sustancia para poder identificarla o caracterizarla.

Las propiedades pueden clasificarse en:

a) *Propiedades Físicas y Químicas:*

- Propiedades Físicas: son las que se manifiestan como respuestas a estímulos que no cambian la composición de la sustancia. Estas propiedades se estudian sin relacionar la sustancia con otras sustancias químicas específicas. Entre las propiedades físicas se incluyen: masa, densidad, estado de agregación, forma cristalina, punto de fusión, etc.

- Propiedades Químicas: son las que se manifiestan como respuestas a estímulos que cambian la composición de la sustancia. Estas propiedades se estudian observando el comportamiento de la sustancia, cuando se la coloca en contacto con otras bajo diversas condiciones o por acción de energía externa. Se asocian a las reacciones químicas. Por ejemplo: una lista de propiedades químicas del agua incluye la descripción del comportamiento de ésta cuando se la coloca en contacto con hierro, sodio, y tantos otros materiales como sea posible observar; así también la acción de la electricidad sobre ella (electrólisis).



Fácilmente se comprende que cuando se determina la masa o la densidad de un trozo de hierro (propiedades físicas), antes y después de las determinaciones el material es hierro. En cambio, si el trozo de hierro se introduce en un ácido mineral (ácido clorhídrico, por ejemplo) se pondrá de manifiesto una propiedad química del metal, ya que luego de la interacción los materiales que aparecen no son hierro ni ácido clorhídrico. La composición de ambos materiales iniciales se ha visto alterada.

Hay que insistir que ninguna propiedad sencilla sirve por sí sola para reconocer una clase de materia (*sustancia*); para ello es necesaria la necesaria la relación de varias propiedades, entre ellas las químicas.

b) *Propiedades Extensivas e Intensivas*

- Propiedades Extensivas o Generales: son aquellas que dependen de la cantidad de materia. Estas propiedades las poseen todas las sustancias de manera general; por ejemplo peso, masa y volumen. Si un recipiente contiene 1 litro de agua y otro 10 litros de agua, es posible comprobar que la cantidad de agua en el segundo recipiente tiene mayor peso y volumen.

$$V = f(m)$$

$$P = f(m)$$

Volumen y peso son funciones de la masa.

- Propiedades Intensivas o Específicas: son aquellas que no dependen de la cantidad de materia considerada. Son ejemplos de propiedades intensivas:

-densidad y peso específico
-puntos o temperaturas de ebullición y fusión
-coeficiente de dilatación lineal, superficial y cúbica
-conductividad térmica y eléctrica
-índice de refracción
-forma cristalina, etc.

Casi todas estas propiedades son expresables cuantitativamente y se miden con exactitud en el laboratorio, quedando definidas por una magnitud que se conoce como constante física (con las cuales se confeccionan tablas); éstas, en determinadas condiciones, caracterizan a una sustancia.

La densidad, comúnmente utilizada en el estudio de la química, es la masa de una sustancia por unidad de volumen. Esta relación no depende de la cantidad de materia. Si tomamos dos trozos de aluminio de distinto tamaño a 20° C, tendrán distinta masa y volumen, pero la relación entre la masa y el volumen, densidad (δ), será 2,698 g/cm3 independientemente de la cantidad de materia de ambos trozos de aluminio. Esta es una propiedad *intensiva*, quedando determinada por el número 2,698.

Lo mismo sucede con el punto de ebullición, punto de fusión, peso específico, etc. las propiedades intensivas son condicionadas porque sus valores dependen de las condiciones externas, las que deben ser explícitamente indicadas. La densidad del aluminio es 2,698 g/cm3 a 20° C, mediciones a mayor temperatura arrojan un resultado algo menor por cuanto el volumen aumenta. La masa no se modifica por no ser afectada por cambios de temperatura o presión.

La densidad del aire determinada a 0°C y 1 atmósfera de presión es 0,0001293 g/cm3 y varía enormemente con pequeñas variaciones de la temperatura, la presión o ambas condiciones a la vez.

Por lo dicho anteriormente, no es correcto decir que el agua hierve a 100°C, por cuanto debe señalarse las condiciones externas correspondientes; el agua hierve a 100°C cuando la presión exterior es de 1 atmósfera.

Los condicionamientos son interpretables matemáticamente en función de las variables que intervienen.

Punto de ebullición del agua: $P.\,E. = f\,(P)$

Las propiedades intensivas son independientes de la masa, pero dependientes de las condiciones externas.

Así, un kilómetro o un gramo de agua tienen- en las mismas condiciones- idéntica densidad y ambas masas entran en ebullición a 100°C cuando la presión es de una atmósfera.

Es evidente que las propiedades extensivas no definen inequívocamente a una sustancia. Las propiedades intensivas permiten identificar una sustancia, por ejemplo una densidad de 2,698 g/cm3 a 20°C con un punto de fusión de 660,37°C y un punto de ebullición de 2467°C corresponden únicamente a la sustancia aluminio.

En: *Módulo de Química. Introducción a la Química.* Zamora-Salonia Facultad de Química, Bioquímica y Farmacia. UNSL

Actividades

1- Lee atentamente el texto.

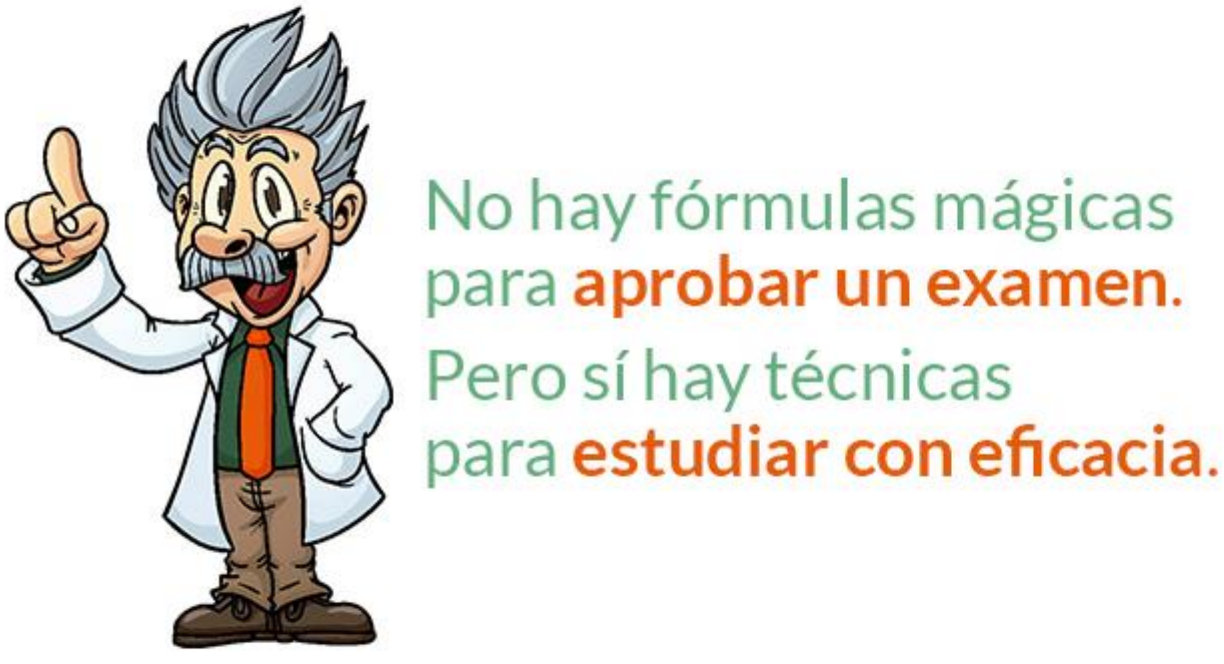
2- Señala las ideas principales.

3- Escribe el resumen. Revisa para ello la información para realizar un resumen correctamente.

4- Elabora un esquema organizativo que contenga los conceptos más importantes y las relaciones entre ellos.

- **Integración:** Realiza los esquemas o mapas conceptuales de cada uno de los textos leídos en las guías.

Técnicas de estudio



Técnica 1

Toma de notas

Recolectar en forma coherente, rápida e inmediata los temas relevantes de una exposición.
Pasos: - escuchar atentamente; resumir lo escuchado de la mejor forma posible; **captar el mensaje, su contenido, no su apariencia;** resaltar aquellos aspectos en los que el orador hace énfasis con adjetivos como: "importante", "fíjense bien", "tengan presente", etc.; agilizar la escritura se pueden utilizar signos convencionales como: "P"(por, para); "q'"(qué, quién); y abreviaturas como "Lit", "fis", "Hits", "Mat", "t", "x", "c/u", qca, fca, etc.

Técnica 2

Subrayado

Su principal objetivo es resaltar las ideas básicas de un texto luego de la lectura comprensiva. La memoria se fija y recuerda más y mejor aquellas cosas que se resaltan.
Con esta técnica es más fácil y rápido llegar a la comprensión de la estructura y organización textual.
Sólo destacar las **frases esenciales** y **palabras claves** mediante el subrayado y /o el resaltado.

Técnica 3

El resumen

A medida que leemos debemos reflexionar:

- Si algunas ideas podrían omitirse, que son irrelevantes o redundantes, manifiestan una opinión de lo dicho (regla de omisión o supresión), así, simultáneamente se suprimen y seleccionan elementos.
- Si de varias ideas, puede abstraerse una de nivel superior, que permita englobar a las demás a través de hiperónimos y palabras generalizadoras (regla de generalización y globalización)
- Pensar en alguna proposición que integre el significado de las anteriores en su conjunto (regla de integración o conceptualización)

El resumen es una paráfrasis o reformulación reductora que propone un nuevo texto mediante operaciones cognitivas de abstracción tales como la omisión, la generalización o la integración.

Los pasos previos para la realización de un resumen serían:

- **La identificación de la estructura u organización del texto base y de las partes que lo componen.**
- **El subrayado de la información sustancial.**
- **El reconocimiento del tema y subtemas que se desarrollan.**
- **Las notas al margen que señalen temas de cada párrafo.**
- **El reconocimiento de procedimientos retóricos – discursivos que puedan aprovecharse para el resumen.**

Glosario: 1. m. Catálogo de palabras de una misma disciplina, de un mismo campo de estudio, de una misma obra, etc., definidas o comentadas.

Bibliografía

- Cuadernillo teórico de Comprensión y producción de textos. FFHA. Dpto. de Letras. 2016
- Presentación en power point elaborado por la docente a cargo del módulo
- Textos seleccionados por la profesora Cecilia Gutiérrez
- https://unexpo.files.wordpress.com/2009/04/conceptodetexto.doc