

1.11 Práctica 1: Conjuntos

Ejercicio 1 Los siguientes conjuntos están representados por comprensión. Expresar a cada uno por extensión.

- | | |
|--|--|
| (a) $A = \{x : x \text{ es una cifra del número } 102\}$ | (e) $E = \{x : x \text{ es una vocal cerrada}\}$ |
| (b) $B = \{x : x \text{ es una cifra del número } 11\}$ | (f) $F = \{x : x = 2 \text{ o } x = 5\}$ |
| (c) $C = \{x : x \text{ es una cifra impar del número } 246\}$ | (g) $G = \{x : x = a \text{ y } x \neq a\}$ |
| (d) $D = \{x : x \text{ es una número dígito y } 2 < x < 5\}$ | (h) $H = \{x : x = \heartsuit\}$ |

Ejercicio 2 Los siguientes conjuntos están representados por extensión. Expresar a cada uno por comprensión.

- | | |
|---|---|
| (a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ | (b) $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ |
| (c) $C = \{1, 3, 5\}$ | (d) $D = \{2, 4, 6, 8\}$ |
| (e) $E = \{a, i, o\}$ | (f) $F = \{r, m, a\}$ |
| (g) $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, n\}$ | (h) $H = \{\blacktriangle, \blacklozenge, \blacksquare\}$ |

Ejercicio 3 En una urna hay 15 bolas numeradas del 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene. Representar, en cada caso, por extensión el conjunto de todos los posibles números que resultan en la extracción y que cumplan con alguna de las siguientes opciones: obtener par, obtener impar, obtener impar menor a 9.

Ejercicio 4 Considerar el experimento aleatorio¹³ de lanzar dos dados al aire. Determinar, por extensión, el conjunto de posibles resultados de la suma de los puntos obtenidos.

Ejercicio 5 Leer y analizar los enunciados que se presentan en cada ítem. Posteriormente, marcar la/s opción/es que es (son) correcta/s.

(i) Una representación por comprensión del conjunto $A = \{\text{rojo, azul, amarillo}\}$ es

- | | |
|--|---|
| (a) $A = \{x : x \text{ es un color}\}$ | (b) $A = \{x : x = \text{rojo o } x = \text{azul o } x = \text{amarillo}\}$ |
| (c) $A = \{x : x \text{ es un color del arcoíris}\}$ | (d) $A = \{x : x \text{ es un color primario}\}$ |
| (e) ninguna opción es correcta | (f) todas las opciones son correctas |

¹³El hecho de lanzar un dado (o más) al aire y que no podamos predecir el resultado es lo que entendemos por experimento aleatorio.

(ii) Sea el conjunto $B = \{x : x \text{ es un deporte de red}^{14}\}$. La representación de B por extensión es,

- (a) $B = \{\text{voley playero, voley, tenis}\}$ (b) Ninguna opción es correcta
 (c) $B = \{\text{voley playero, voley, tenis, tenis de mesa, bádminton}\}$

(iii) Para el conjunto $C = \{x : x \text{ es un dígito par y } x < 8\}$ tenemos que,

- (a) $1 \in C$ (b) $0 \in C$ (c) $8 \in C$
 (d) $7 \in C$ (e) $\{4\} \in C$ (f) ninguna opción es correcta.

(iv) Para el conjunto $D = \{a, \{1\}, \{1, 2\}, b, c\}$ tenemos que,

- (a) $a \in D$ (b) $\{a\} \in D$ (c) $\{1, 2\} \in D$
 (d) $b \in D$ (e) $c \in D$ (f) $\{a, 1\} \in D$

(v) Para el conjunto $E = \{x : x \text{ es un país de América que empieza con la letra } C\}$ tenemos que,

- (a) $\text{Canadá} \notin E$ (b) $\text{Chile} \in E$ (c) $\text{Costa Rica} \notin E$
 (d) $\text{Congo} \notin E$ (e) $\text{Colombia} \in E$ (f) todas las opciones son correctas

Ejercicio 6 Para cada uno de los casos siguientes, determinar si los conjuntos A y B son iguales, justificando su respuesta. Para esto, tener en cuenta la definición de igualdad entre conjuntos.

- (a) $A = \{x : x \text{ es una vocal de la palabra } \textit{amanecer}\}; B = \{a, e\}$
 (b) $A = \{x : x \text{ es una cifra del número } 2453\}; B = \{x : x \text{ es un número dígito y } x < 6\}$
 (c) $A = \{x : x \text{ es un número dígito y } x > 9\}; B = \{x : x = 2 \text{ y } x = 3\}$
 (d) $A = \{\emptyset\}; B = \emptyset$.

Ejercicio 7 Para cada uno de los siguientes casos, indicar si A es subconjunto de B , justificando su respuesta. Para defender su decisión, haga uso de la definición de la relación de inclusión o de las propiedades de la inclusión.

¹⁴Entendemos por deporte de red al que se juega con una red que separa a cada lado.

- (a) $A = \{1, 2, 3\}; B = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ (b) $A = \{a, e, w\}; B = \{a, e, i, o, u\}$
 (c) $A = \{a, \{a, b\}, 1\}; B = \{\{a\}, a, \{a, b\}, 1, 0\}$ (d) $A = \{\emptyset\}; B = \emptyset$
 (e) $A = \emptyset; B = \emptyset$ (d) $A = \{0, \{\emptyset\}\}; B = \{0, \emptyset\}$

Ejercicio 8 Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$, determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar su decisión.

- (a) $1 \in A$ (b) $\{1\} \subseteq A$ (c) $\{2, 1\} \subseteq A$ (d) $\{1, 3\} \in A$ (e) $\{2\} \in A$

Ejercicio 9 Dado el conjunto $B = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2\}, a\}$, determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar su respuesta.

- (a) $3 \in B$ (b) $\{a\} \subseteq B$ (c) $\{1, 2\} \in B$ (d) $\{1, a\} \in B$ (e) $\emptyset \in B$

Ejercicio 10 Dado el conjunto $C = \{\emptyset, 3, 7, 8, \{8\}, \{5, 7\}, \{3, 7, 8\}\}$, analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Dar las razones de su decisión.

- (a) $\emptyset \in C$ (b) $\{\emptyset\} \in C$ (c) $\{5, 7\} \subseteq C$ (d) $\{7, 5\} \in C$ (e) $8 \in C$

Ejercicio 11 Considerar el conjunto $D = \{a, b, \{c\}, \{a, b\}\}$, analizar si las siguientes son afirmaciones verdaderas o falsas. Justificar su respuesta.

- (a) $\emptyset \in D$ (b) $\emptyset \subseteq D$ (c) $D \in D$ (d) $D \subseteq D$ (e) $\{\{a, b\}, c\} \subseteq D$
 (f) $c \subseteq D$ (g) $\{c\} \in D$ (h) $D \subseteq \{a, b\}$ (i) $\{c, a\} \in D$ (j) $\{a, b, c\} \in D$

Ejercicio 12 Indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar su respuesta.

- (a) $\{a\} \subseteq \{a, b\}$ (b) $\{a\} \subseteq \{\emptyset, \{a\}\}$ (c) $\emptyset \in \{\emptyset, \{a\}\}$
 (d) $\emptyset \subseteq \{\emptyset, \{a\}\}$ (e) $\{\{a\}\} \subseteq \{\emptyset, \{a\}\}$ (f) $\{\{a, b\}\} \subseteq \{a, \{a, b\}\}$

Ejercicio 13 Determinar el conjunto $\wp(A)$ según corresponda a cada ítem siguiente.

- (a) $A = \{0\}$ (b) $A = \{1, 2, 3\}$ (c) $A = \{a, 2, \{b\}\}$
 (d) $A = \emptyset$ (e) $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ (f) $A = \{1, \{a, b\}, 3\}$

Ejercicio 14 Considerar los conjuntos $A = \wp(\{1, 2\})$ y $B = \{X \in \wp(\{1, 2, 3\}) : 3 \notin X\}$. Determinar si $A = B$, justificando su respuesta.

Ejercicio 15 Indicar a cuánto es igual $\#(A)$, según corresponda a cada caso.

- (a) $A = \emptyset$ (b) $A = \{\emptyset\}$ (c) $A = \{a, \{a, b\}, c\}$ (d) $A = \wp(\{1, a, c, d, 2\})$

Ejercicio 16 Escribir por extensión el conjunto $\wp(\wp(\{1, 2\}))$ y calcular su cardinalidad.

Ejercicio 17 Dados los subconjuntos del conjunto referencial $R = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}, \quad B = \{2, 3, 4, 5\} \quad \text{y} \quad C = \{-1, 1\}$$

Determinar por extensión:

- (a) $A \cap B$ (b) $B \cap C$ (c) $A \cap C$
 (d) $A \cup B$ (e) $B \cup C$ (f) $A \cup C$
 (g) $A - B$ (h) $B - C$ (i) $A - C$
 (j) $B - A$ (k) $C - B$ (l) $C - A$
 (m) A^c (n) B^c (o) C^c

Ejercicio 18 Considerar $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ como conjunto referencial. Dados los subconjuntos de R , $A = \{1, 2, 5, 6, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 4, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 7\}$ y $D = \{1\}$. Representar por

extensión los siguientes conjuntos:

(a) $(A \cap C) - B$ (b) $(A \cap B) - C$ (c) $(A - C) \cup B^c$

(d) $(A - B) \cup C^c$ (e) $(C - B) \cup A^c$ (f) $(A \cap D)^c$

(g) $(A \cap B) \cup D$ (h) $(A - D) - C$ (i) $(A \cap C^c)^c$

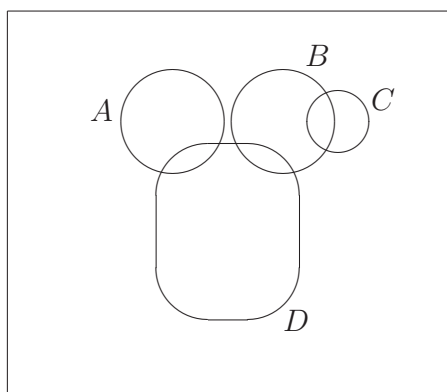
Ejercicio 19 Dados los conjuntos $A = \{0, \{\emptyset\}\}$, $B = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}, \{0\}\}$, $C = \wp(A \cap B)$ y $D = \wp(A - B)$. Determinar el conjunto $C \cap D$.

Ejercicio 20 Dado el conjunto referencial $R = \{a, b, c, d, 2, \{2\}, 3, \{3\}, 7\}$. Considerar A , B y C los subconjuntos de V definidos por $A = \{a, b, 2, \{3\}\}$, $B = \{a, b, 2, 3\}$ y $C = \{2, 3, 7\}$. Escribir por extensión los siguientes conjuntos:

(a) $A \cup B$ (b) $A \cap B$ (c) $B - C$ (d) $(A \cap B)^c$

Ejercicio 21 Sea el conjunto referencial $R = D \cup \{10, 11, 12\}$, donde D es el conjunto de números dígitos. Definimos los subconjuntos de R , $E = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $F = \{2, 3, 5, 7, 11\}$, $G = \{2, 3, 6, 12\}$ y $H = \{2, 4, 8\}$. Expresar por extensión los conjuntos $\wp(E \cap F \cap G)$ y $\wp(G \cap H)$.

Ejercicio 22 Sombrear, en el diagrama de Venn, los conjuntos que se indican en cada ítem. Rehacer los diagramas, para tener una mejor percepción de la situación, en cada caso.

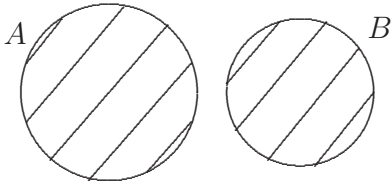


R

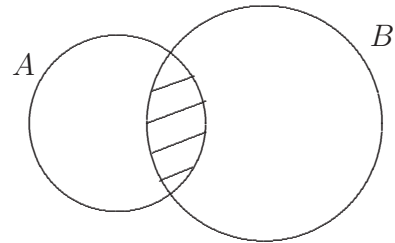
- a) $D \cup C$ b) $C - D^c$ c) $C^c \cap (A \cup D)$
 d) $A \cup (D^c \cap C)$ e) $(B \cup D)^c \cap A$ f) $C - B^c$

Ejercicio 23 Indicar a qué operación conjuntista representa gráficamente cada uno de los siguientes diagramas de Venn mirando la parte sombreada o rayada (si la hay):

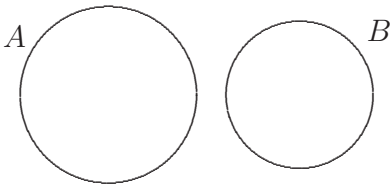
(i)



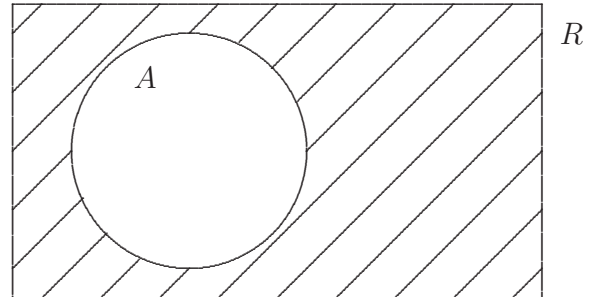
(ii)



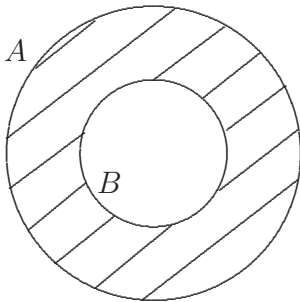
(iii)



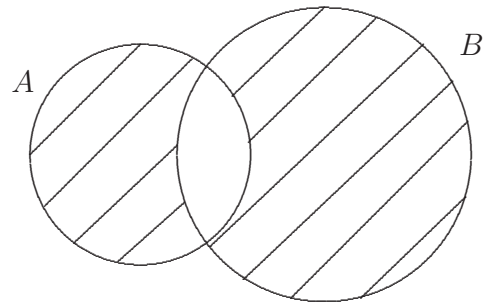
(iv)



(v)



(vi)



Ejercicio 24 Sean A y B conjuntos tales que $A - B = \{1, 3, 5, 6\}$, $B - A = \{4, 7, 8\}$ y $A \cap B = \{2, 9\}$. Representar los conjuntos A y B por extensión.

Ejercicio 25 Sean C y D conjuntos tales que $C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C - D = \{1, 2, 3, 5\}$ y $D - C = \{4, 8, 9\}$. Escribir los conjuntos C y D por extensión.

Ejercicio 26 Sean A y B dos conjuntos. Calcular $\#(A \cup B)$, según corresponda a cada caso

(i) $\#(A) = 12$ y $B - A = \{2, 3, 4\}$.

(ii) $A = \emptyset$ y $B = \{a, b, c\}$.

Ejercicio 27 Sean A y B dos conjuntos de los cuales sabemos que $\#(A) = 5$, $\#(B) = 8$ y $\#(A \cup B) = 11$. Calcular $\#(\emptyset(A \cap B))$.

Ejercicio 28 Una empresa tiene 350 empleados, de los cuales 160 obtuvieron un aumento de salario, 100 fueron promovidos y 60 fueron promovidos y obtuvieron un aumento de salario.

- (a) ¿Cuántos empleados obtuvieron un aumento pero no fueron promovidos?
- (b) ¿Cuántos empleados fueron promovidos pero no obtuvieron un aumento de salario?
- (c) ¿Cuántos empleados no obtuvieron ni un aumento de salario ni fueron promovidos?

Ejercicio 29 Se le preguntó a un grupo de 10 personas respecto a su preferencia sobre las marcas de gaseosa A y B . Obteniendo los siguientes resultados:

- El número de personas que prefirieron la marca A y no prefirieron la marca B fue 3.
- El número de personas que no prefirieron la marca A fue 6.

Se desea conocer:

- (a) ¿Cuántos de los encuestados prefirieron la marca A ?
- (b) ¿Cuántos de los encuestados prefirieron la marca B ?
- (c) ¿Cuántos de los encuestados prefirieron la marca A o la marca B ?

Ejercicio 30 El número de lectores de cierta revista se muestra en la siguiente tabla:

Revista	Lectores (en miles)
A	700
B	500
C	600
Sólo A y B	125
Sólo A y C	100
Sólo B y C	80
A , B y C	25

- (a) ¿Cuántos leen al menos dos revistas?
- (b) ¿Cuántos leen una sola revista?
- (c) ¿Cuántos leen exclusivamente la revista B ?
- (d) ¿Cuántos leen A o B o ambos?

Ejercicio 31 En un grupo de 165 estudiantes 8 toman clases de cálculo, sociología y computación; 33 toman cálculo y computación; 20 toman cálculo y sociología, 24 toman sociología y computación, 79 están en cálculo, 83 están en sociología y 63 en computación.

- (a) ¿Cuántos estudiantes toman exclusivamente el curso de sociología?
- (b) ¿Cuántos estudiantes toman solamente dos materias?
- (c) ¿Cuántos estudiantes toman sólo cálculo y computación?
- (d) ¿Cuántos estudiantes toman al menos una de las tres materias?
- (e) ¿Cuántos estudiantes no toman ninguna de las asignaturas?

Ejercicio 32 De un grupo de grupo de 40 personas se sabe que, 15 de ellos no estudian ni trabajan, 10 personas estudian y tres personas estudian y trabajan. Calcular la cantidad de personas que realizan solo una de las dos actividades.

EJERCICIOS OPTATIVOS

Ejercicio 33 Considerar el conjunto $R = D \cup \{10, 11, 12, a\}$ como referencial, donde D es el conjunto de todos los números dígitos. Sean los conjuntos $K = \{2, 4, 6, 8\}$, $L = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{3, 4, 5, 6, 8\}$, $N = D \cup \{10\}$. Determinar, por extensión, los siguientes conjuntos:

- (a) $K \Delta M^c$
- (b) $N \Delta L$
- (c) $(K \Delta L) - M$

Ejercicio 34 Dados los subconjuntos $A = \{1, a, 7, 3\}$, $B = \{1, \{3\}, 10\}$ y $C = \{a, \{1, 2, 3\}, 3\}$ del conjunto referencial $R = \{1, \{3\}, a, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\}$. Determinar, por extensión, los siguientes conjuntos:

- (a) $A \cap (B \Delta C)$
- (b) $(A \cap B) \Delta (A \cap C)$
- (c) $A^c \cap B^c \cap C^c$

Ejercicio 35 Determinar, por extensión, $\varphi(A \Delta \emptyset)$ y $\varphi(A \Delta A)$, donde A es un conjunto cualquiera.

Ejercicio 36 Sean A y B dos conjuntos finitos tales que $0 \leq \#(A) \leq n$ y $0 \leq \#(B) \leq m$. Calcular el número de elementos mínimo y máximo que puede tener $A \cup B$.

Ejercicio 37 Sean A y B dos conjuntos tales que $A \cup B = R$, donde R es el conjunto referencial. Si $A \not\subseteq B$, indicar si las siguientes son enunciados verdaderos o falsos. Justificar su decisión.

- (a) $A - B = A$
- (b) $(A \cup B) - A = B$
- (c) $A \Delta B = A \cup B$
- (d) $A^c \cap B^c = A \Delta B$

SUGERENCIA: Por separado, analizar el caso en que A y B estén solapados o no.

Ejercicio 38 Dados tres conjuntos A , B y C , se tiene que $\#(A - B) = 2$, $\#(A \cup B) = 10$ y además $A \cap B = \{1, 6\}$ y $A - C = \{6\}$. Con la información propuesta, calcular $\#(A \Delta B)$.

Ejercicio 39 Simplificar la expresión:

$$E = B \cup (A - B) - [(B \cup A)^c - (A \cap C)].$$

SUGERENCIA: Tomar dos caminos para esto, utilizar propiedades convenientes o bien mediante diagramas de Venn.

Ejercicio 40 Si $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{a, b\}$, se afirma que:

$$(a) \#(\wp(A - B)) = 1 \quad (b) \emptyset \in \wp(A - B) \quad (c) \wp(A) \cap \wp(B) = \wp(B)$$

Indicar cuál es falsa:

$$(i) \text{ Sólo } (a) \quad (ii) \text{ Sólo } (b) \text{ y } (c) \quad (iii) \text{ Todas} \quad (iv) \text{ Ninguna}$$